

titel.ps

Der Hintergrund des Umschlags zeigt einen $0.3^\circ \times 0.5^\circ$ großen Himmelsausschnitt in Richtung des *Großen Attraktors*^a. Bei den diffusen Objekten, die auf diesem Bild zu sehen sind, handelt es sich meist um Galaxien. Die hellen, punktförmigen Objekte dagegen sind Sterne unserer eigenen Galaxie^b. Dieses Bild stammt aus einer Pressemitteilung der ESO [ESO PR Photo 46c/99 (21. Dezember 1999)]. Die Vorderseite zeigt die schrittweise Vergrößerung einer meiner Simulationen aus dem gesamten simulierten Gebiet von 200Mpc^3 auf die zentralen 5Mpc^3 des simulierten Galaxienhaufens. Die dargestellten Größen sind bei Abbildung (5.1) erklärt. Die Rückseite zeigt die zeitliche Entwicklung eines simulierten Galaxienhaufens.

^aDer *Große Attraktor* ist die größte beobachtete Struktur in unserer lokalen Umgebung und besteht aus einer ganzen Ansammlung von Galaxienhaufen.

^bDie Richtung, in der der *Große Attraktor* von uns aus zu sehen ist, liegt nur 15° über der Ebene der Milchstraße, so dass dieses Bild einen Blick entlang der Scheibe unserer Galaxie wiedergibt. Deswegen sind so viele Sterne auf diesem Bild zu sehen.

SPH-Simulationen der Entwicklung von Magnetfeldern in Galaxienhaufen

Dissertation
der Fakultät für Physik
der
Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Klaus Dolag
aus Bühl

München, 17. März 2000

How many bodies are required before we have a problem? G.E. Brown points out that this can be answered by a look at history. In eighteenth-century Newtonian mechanics, the three-body problem was insoluble. With the birth of general relativity around 1910 and quantum electrodynamics in 1930, the two- and one-body problems became insoluble. And within modern quantum field theory, the problem of zero bodies (vacuum) is insoluble. So, if we are out after exact solutions, no bodies at all is already too many![†]

[†]R.D. Mattuck

für Isabella

1. Gutachter: Priv. Doz. Dr. habil. Matthias Bartelmann
2. Gutachter: Prof. Dr. Harald Lesch

Tag der mündlichen Prüfung: 26.05.2000

Inhaltsverzeichnis

0	Einleitung und Zusammenfassung	1
1	Grundlagen	5
1.1	Unser Universum	5
1.2	Entwicklung der Materie im Universum	9
1.3	Die größten gebundenen Objekte im Universum	13
2	Magnetohydrodynamik (MHD)	25
2.1	Hydrodynamik	25
2.2	Von Maxwell zur Magnetohydrodynamik	26
3	Die numerische Methode	31
3.1	Die Gravitationswechselwirkung	31
3.2	Der SPH-Formalismus	33
3.3	Magneto-Hydro-Dynamik (MHD)	39
3.4	Kühlung	39
3.5	Zusammenfassung	41
4	Das Programm unter der Lupe	43
4.1	Rechnen, was andere schon längst gerechnet haben	43
4.2	Klein ist, was nicht sein darf	48
4.3	Limitierte Sicht der Dinge	49
5	Magnetokosmologie	53
5.1	Strukturbildung, Magnetfelder inklusive	53
5.2	Charakteristiken des Magnetfeldes	59
5.3	Wenn die Zeit mit dem Magnetfeld vergeht	65
6	Simulationen unter der Lupe	75
6.1	Simulierte Drehung, frei nach Faraday	75
6.2	Magnetfeld bitte nicht vergessen	90

7 Mit Vollgas in die Zukunft	101
7.1 Radiosender Galaxienhaufen	102
7.2 Kalt und magnetisch	107
7.3 Zusammenfassung	110
A Tabellen	113
A.1 Simulationen	113
A.2 Verwendete Objekte	114
Literaturverzeichnis	115

Kapitel 0

Einleitung und Zusammenfassung

Einleitung

Galaxien sind nicht zufällig am Himmel verteilt. Sie folgen den ausgeprägten Strukturen des Universums. Größere Ansammlungen von (bis zu einigen tausend) Galaxien werden Galaxienhaufen genannt. Diese bestehen nicht nur aus den optisch gut sichtbaren Galaxien, sondern auch der Raum zwischen diesen Galaxien enthält ein sehr dünnes und heißes Gas, das so genannte *Intergalaktische Medium*. Dieses Gas besteht hauptsächlich aus Wasserstoff und Helium. Die Temperaturen betragen bis zu 10^8K , so dass das Intergalaktische Medium vollständig ionisiert ist. Dieses Plasma lässt die Galaxienhaufen als diffuse Objekte im Röntgenlicht erscheinen.

Außerdem ist es auch magnetisiert. Ein magnetisiertes Plasma wirkt optisch doppelbrechend, was bedeutet, dass die Orientierung von linear polarisierter elektromagnetischer Strahlung durch das Plasma gedreht wird. Die Drehung der Polarisationsrichtung durch ein magnetisiertes Plasma wird Faraday-Rotation genannt. Die Stärke dieses Effektes hängt von der Dichte des Plasmas, der Stärke des enthaltenen Magnetfeldes und der vom Licht im magnetisierten Plasma zurückgelegten Entfernung ab. Durch Beobachtung der Radio-Strahlung von Objekten, die im oder hinter dem Galaxienhaufen stehen - deren Licht also dieses magnetisierte Plasma passiert, bevor es den Beobachter erreicht - ist es möglich, diese Faraday-Rotation zu messen. Daraus lässt sich die Stärke des Magnetfeldes im Galaxienhaufen abschätzen. Typische Werte, die man so erhält, liegen im Bereich von ungefähr einem Mikro-Gauß (ca. einem Millionstel des Erdmagnetfeldes).

In dem Plasma, welches die Galaxienhaufen ausfüllt, existiert auch eine Population von relativistischen Elektronen, welche in dem Magnetfeld Synchrotron-Strahlung emittieren. Dies hat zur Folge, dass manche Galaxienhaufen als diffuse Quellen im Radiolicht erscheinen. Da diese Population von relativistischen Elektronen auch durch inverse Compton-Streuung der Photonen des kosmischen Mikrowellenhintergrundes hartes Röntgenlicht emittieren, lässt sich damit die Stärke des Magnetfeldes abschätzen. Auch hier erhält man wieder Werte im Mikro-Gauß-Bereich.

Über die Herkunft und die Beschaffenheit dieser Magnetfelder ist nur sehr wenig bekannt. Das Ziel dieser Arbeit war deswegen, mit Hilfe von Computersimulationen zu verstehen, wie

sich ein derartiges Magnetfeld bei der Entstehung der großräumigen Strukturen - und damit der Galaxienhaufen - aus einem kleinen, anfänglichen Magnetfeld entwickelt. Die Idee dabei ist, dass diese anfänglich sehr kleinen Magnetfelder während der Entstehung der kosmischen Strukturen durch Kompression, Scherströmungen und Verschmelzungsereignisse derart verstärkt werden, dass sie die heute beobachteten Werte erreichen. Weiter stellt sich die Frage, ob die beobachtete Struktur der Magnetfelder mit den aus den Simulationen gewonnenen Strukturen kompatibel ist, und welche Bedingungen das anfängliche Magnetfeld erfüllen muss, um die Beobachtungen zu reproduzieren.

In einem weiteren Schritt kann dann untersucht werden, welche Auswirkungen ein solches Magnetfeld in den Galaxienhaufen auf deren Dynamik hat. Es stellt sich immer wieder die Frage, wie stark die beobachteten Eigenschaften der Galaxienhaufen wie beispielsweise ihre Temperatur oder die Röntgenemission von dem vorhandenen Magnetfeld beeinflusst werden. Die wichtigste Frage in diesem Zusammenhang ist, welche Fehler bei der Interpretation dieser Daten, beispielsweise bei der Berechnung der Masse des Galaxienhaufens aus den Röntgendaten, gemacht werden. Dies ist insbesondere deswegen eine interessante Frage, weil die Masse der Galaxienhaufen nur sehr ungenau bekannt ist. Messungen dieser Masse mit verschiedenen Methoden liefern Ergebnisse, die sich um Faktoren zwei bis drei unterscheiden.

Diese simulierten magnetisierten Galaxienhaufen können auch dazu verwendet werden, verschiedene Modelle für die Erzeugung von relativistischen Elektronen in Galaxienhaufen zu testen. Je nachdem, welche dieser Modelle verwendet werden, ergeben sich unterschiedliche synthetische Radiokarten, deren anschließender Vergleich mit den Beobachtungen zeigen kann, welche Modelle mit den Beobachtungen kompatibel sind.

Zusammenfassung

Die treibende Kraft für die Entstehung der großskaligen Strukturen in unserem Universum ist die Gravitation. Unter ihrer Eigengravitation wachsen die Dichtefluktuationen des ursprünglich nahezu homogenen Universums zu den heute sichtbaren Strukturen. Die Hydrodynamik spielt für die Entstehung dieser Objekte nur eine untergeordnete Rolle, weswegen Vielteilchensimulationen - die nur das Verhalten einer großen Anzahl von Teilchen unter ihrer eigenen Schwerkraft betrachten - bisher sehr erfolgreich waren, globale Eigenschaften des Universums und der größten gebundenen Objekte - der Galaxienhaufen - zu beschreiben. Ihr Erscheinungsbild in den Beobachtungen spiegelt jedoch vor allem den Zustand des Gases in diesen Objekten wieder. Um nun die Details - gewonnen aus den sich stets fortentwickelnden Beobachtungen der leuchtenden Materie - besser zu verstehen, ist es notwendig, auch die Hydrodynamik des Gases - welches in die Materieverteilung eingebettet ist - mit zu berücksichtigen. In meiner Arbeit habe ich hierfür die sogenannte *Smoothed-Particle-Hydrodynamics* Methode (SPH) verwendet. Diese Methode bietet einen sehr einfachen Formalismus, die hydrodynamischen Gleichungen in eine Vielteilchensimulation einzubauen. Dabei wird das ursprünglich punktförmige Testteilchen mittels eines Kerns

(im einfachsten Fall einer Gaussverteilung) zu einer Wolke aufgeblasen. Die Breite des Kerns wird dabei so gewählt, dass sich an jedem Ort im Raum immer hinreichend viele Teilchenwolken überlappen. Damit wird aus den diskreten Werten an den Teilchenpositionen ein kontinuierliches, gemittelttes Feld. Im Gegensatz zu *Particle-Mesh-Methoden*¹ wird zur Berechnung von Ableitungen kein Gitter benötigt. Ableitungen können in SPH aus den analytischen Ableitungen des Kerns gewonnen werden. Analog zur Größe der Gitterzellen ist die Breite des Kerns ein Maß für die räumliche Auflösung der Simulation. SPH erlaubt, diese Breite mit der Zeit und dem Ort zu variieren. Hält man die Anzahl der Teilchen, die sich an einem beliebigen Ort überlappen, konstant, so schrumpft dort die Breite des Kerns, wo die Dichte zunimmt. Damit erhält man auf natürliche Weise ein adaptives Verfahren. Dieses Verfahren eignet sich ideal, um die Bildung von Galaxienhaufen in hinreichend großer, kosmologischer Umgebung zu studieren. Dies ist deswegen nötig, weil die Gravitation eine unendliche Reichweite besitzt und das Universum erst auf Skalen, die viel größer als ein Galaxienhaufen sind, als homogen betrachtet werden kann. Somit muss ein großes Gebiet um den Galaxienhaufen mitsimuliert werden, damit die Gezeitenkräfte richtig mitberücksichtigt werden.

Diese Arbeit geht nun noch einen Schritt weiter. Basierend auf „GrapeSPH“, einem Simulationsprogramm entwickelt von M. Steinmetz, welches bereits die Hydrodynamik des Gases mitrechnet [Steinmetz 1996] und unter anderem auch schon erfolgreich zur Berechnung von Eigenschaften von Galaxienhaufen im Röntgenlicht [Bartelmann & Steinmetz 1996] verwendet wurde, fügte ich die Gleichungen der Magnetohydrodynamik hinzu, so dass Magnetfelder in dieser Art von kosmologischen Simulationen berücksichtigt werden können.

Die Ergebnisse dieser Simulationen zeigen, dass durch Scherströmungen und Verschmelzungsereignisse das Magnetfeld - zusätzlich zu dem für einen sphärischen Kollaps alleine erwarteten Anstieg - verstärkt werden kann. Damit können die heutigen Beobachtungen mit einem deutlich niedrigeren Anfangsfeld als bisher erklärt werden. Derart niedrigere Anfangsfelder sind klein genug, um ihren Ursprung durch Galaxienwinde, Supernovae oder ähnliche Szenarios erklären zu können [Kronberg et al. 1999].

Ein weiteres Ergebnis der Simulationen ist, dass die Struktur des ursprünglichen Magnetfeldes - zumindest auf den Skalen, auf denen die Simulationen das Magnetfeld beschreiben können - keinen Einfluss auf heutige Messungen hat, da die heutige Struktur des Magnetfeldes allein durch die Strukturbildung des Galaxienhaufens gegeben ist. Dies ist deswegen ein so wichtiges Ergebnis, weil es bedeutet, dass das ursprüngliche Magnetfeld völlig ungeordnet gewesen sein kann. Dies erlaubt eine viel weitere Palette an Modellen für die Entstehung solcher frühen Magnetfelder.

Das so konstruierte Magnetfeld ist in guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Die aus den simulierten Galaxienhaufen gewonnenen synthetischen Rotationsmaßkarten zeigen, dass einzelne Galaxienhaufen in meinen Simulationen eine statistisch nicht von den Messungen zu

¹Eine numerische Methode, bei der die Teilchen einer Simulation auf ein Gitter projiziert werden, um dann die für die Hydrodynamik notwendigen Ableitungen auf diesem Gitter als Differenzen berechnen zu können.

unterscheidende Rotationsmaßverteilung besitzen. Auch der Vergleich meiner Simulationen mit einer Zusammenstellung aller momentan zur Verfügung stehenden Rotationsmaßmessungen zeigt eine hervorragende Übereinstimmung der Rotationsmaßverteilung als Funktion des Abstandes zum Zentrum der Galaxienhaufen.

Dynamisch ist das Magnetfeld in den meisten Fällen jedoch unbedeutend. Die beobachteten Temperaturen einzelner Galaxienhaufen ändern sich, abhängig vom zugrundeliegenden Modell der Kosmologie, nur um maximal 5% für realistische Magnetfelder. Der Einfluss des vom Magnetfeld ausgeübten nicht-thermischen Drucks ist angesichts der generellen Unsicherheiten in der Massenbestimmung aus der Röntgenemission auch für relaxierte Galaxienhaufen vernachlässigbar.

Dies ändert sich, wenn man die Idealisierung fallen lässt, das Intergalaktische Medium agiere adiabatisch. Berücksichtigt man die physikalische Abkühlung des Mediums durch Energieabstrahlung, so entstehen im Zentrum der Galaxienhaufen Gebiete, die sehr viel kälter und damit dichter als ihre direkte Umgebung sind, so genannte *Cooling Flows*. Derartige Gebiete werden auch beobachtet, allerdings mit dem Unterschied, dass die theoretischen Rechnungen eine Kühlkatastrophe voraussagen, während die Beobachtungen keine derartigen Katastrophen zeigen. Der physikalische Mechanismus dafür, dass diese Gebiete nicht so kalt sind, wie sie es laut Theorie sein sollten, ist nicht bekannt. Es besteht jedoch die Möglichkeit, dass das Magnetfeld, dessen Druck unabhängig von der Temperatur auf das Gas wirkt, ein weiteres Verdichten des Mediums in diesen Gebieten verhindern kann. Zusätzlich zu dem durch das Magnetfeld ausgeübten Druck ist es möglich, einen Teil der Energie des Magnetfeldes durch Rekonnektion an das Gas zurückzugeben. Die Ergebnisse meiner Simulationen für die Struktur und Stärke der Magnetfelder in Galaxienhaufen können dazu verwendet werden, diesen Prozess in speziellen, nichtidealen MHD-Simulationen zu untersuchen. Die Ergebnisse derartiger Simulationen können dann wiederum in meine Simulationen implementiert werden, um das Verhalten der *Cooling Flows* in Galaxienhaufen detaillierter zu untersuchen. Zur Untersuchung von *Cooling Flows* ist es jedoch nötig, die Auflösung der Simulationen weiter zu erhöhen, da aus der beschränkten Auflösung resultierende numerische Effekte auf den Kühlvorgang bei den verwendeten Auflösungen nicht vernachlässigt werden können.

Kapitel 1

Grundlagen

Grundlage aller weiteren Betrachtungen ist das Modell des Universums, in dem sowohl der Beobachter als auch alle zu beobachtenden Objekte eingebettet sind. In dem Standardmodell der Kosmologie geht man davon aus, dass für jeden Beobachter ein Koordinatensystem existiert, in dem die ihn umgebende Materie isotrop erscheint. Weiter geht man davon aus, dass kein ausgezeichneter Ort im Universum existiert, d.h. alle Beobachter gleichberechtigt sind. Aus beiden Forderungen zusammen folgt, dass die Materie, die das Universum ausfüllt, isotrop und homogen ist. Derartige Modelle werden *Friedmann-Lemaître-Modelle* genannt, wenn ihre Expansion einer bestimmten Gleichung, der so genannten *Friedmann-Gleichung*, genügt.

Abweichend von den homogenen kosmologischen Modellen kann die Materie auf kleinen Skalen nicht mehr als homogen beschrieben werden. Nach den heutigen Erkenntnissen wachsen Strukturen wie Galaxien, Galaxienhaufen, Superhaufen usw. durch Gravitation aus ursprünglichen Dichtefluktuationen, deren Herkunft noch im Unklaren liegt. Diese ursprünglichen Dichtefluktuationen werden gewöhnlich als Gaußsches Zufallsfeld beschrieben.

In diesem Kapitel möchte ich das Standardmodell kurz vorstellen, da es die Grundlage meiner Simulationen ist. Weiter möchte ich die beobachteten Eigenschaften von Galaxienhaufen, die ich später mit meinen Simulationen vergleichen möchte, kurz darstellen.

1.1 Unser Universum

Um das Universum beschreiben zu können, ist es nötig, plausible Annahmen über die Eigenschaften des Raumes ¹ und der darin vorhandenen Materie zu machen. Das zeitliche Verhalten des Raumes und der darin vorhandenen Materie bestimmen dann die Dynamik eines solchen Modells. Die allgemeine Relativitätstheorie liefert hierfür eine Beschreibung, die den Raum - charakterisiert durch seine Metrik - mit der Materie - charakterisiert durch ihren Druck und ihre Energie - untrennbar miteinander verknüpft. Durch plausible Symmetrieanahmen gewinnt man dann aus dieser allgemeinen Darstellung das Standardmodell der Kosmologie.

¹im mathematischen Sinne, in unserem Fall also vierdimensional

1.1.1 Friedmann-Lemaître Kosmologie

Die Metrik in einem homogenen und isotropen Universum kann als *Robertson-Walker-Metrik*

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) dl^2 \quad (1.1)$$

geschrieben werden. Dabei ist $a(t)$ der zeitabhängige Skalenfaktor², mit dem das Universum isotrop expandiert bzw. kontrahiert. Das Linienelement dl , welches den dreidimensionalen Raum beschreibt, muss - wegen der Isotropie - sphärisch symmetrisch sein. Die allgemeinste Form einer solchen Metrik lässt sich durch die Einführung einer neuen „Radialkoordinate“ ω und dem sich daraus ergebenden radialen Abstand $\sin_K(\omega)$ als

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left(d\omega^2 + \sin_K^2(\omega) d\Omega^2 \right) \quad (1.2)$$

schreiben. Der radiale Abstand spiegelt die Art der räumlichen Geometrie wider

$$\sin_K(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{K}} \sin(\omega\sqrt{K}) & K > 0 \\ \omega & K = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{|K|}} \sinh(\omega\sqrt{|K|}) & K < 0 \end{cases}, \quad (1.3)$$

wobei K die Krümmung des Raumes beschreibt. Dabei unterscheidet das Vorzeichen der Krümmung die Klasse von Räumen:

- $K < 0$, hyperbolischer Raum
- $K = 0$, euklidischer Raum
- $K > 0$, sphärischer Raum

Die allgemeine Relativitätstheorie verknüpft durch ihre Feldgleichungen,

$$G_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta} + \Lambda g_{\alpha\beta}, \quad (1.4)$$

die Struktur des Raumes (beschrieben durch den Metriktensor $g_{\alpha\beta}$ und dessen Ableitungen) und das Gravitationsfeld (beschrieben durch den *Einstein-Tensor* $G_{\alpha\beta}$) mit der darin vorhandenen Materie (beschrieben durch den Energie-Impuls-Tensor $T_{\alpha\beta}$ der Materie). Die *kosmologische Konstante* Λ wurde ursprünglich von Einstein eingeführt, um statische Weltmodelle zu erhalten. Heutzutage wird die kosmologische Konstante als *Vakuumenergie* interpretiert.

Die zeitliche Entwicklung des Skalenfaktors $a(t)$ ergibt sich durch Einsetzen der Metrik (1.2) in die Feldgleichungen (1.4). Daraus erhalten wir die *Friedmann-Gleichungen*

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{Kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (1.5)$$

²Dieser ist so normiert, dass er für die heutige Zeit eins ist.

und

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3}\pi G \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (1.6)$$

wobei gleich die so genannte *Hubblefunktion* H eingeführt wurde. Die Dichte ρ und der Druck p können wegen der geforderten Homogenität nur noch von der Zeit, nicht aber vom Ort abhängen. Die Beschreibung der Materie erfolgt durch die Zustandsgleichung $p = p(\rho)$. Vergleicht man die Energiedichte ρc^2 der Materie mit ihrem Druck p , so stellt sich heraus, dass für gewöhnliche Materie - im Gegensatz zu Strahlung oder anderen Formen von relativistischer Materie³ - der Druck gegenüber der Energiedichte vernachlässigt werden kann. Somit entfällt dieser Term in der ersten Friedmanngleichung (1.5) und wir erhalten

$$H^2(t) = H_0^2 \left(\frac{\Omega_m^0}{a^3} - \frac{K c^2}{a^2 H_0^2} + \Omega_\lambda^0 \right), \quad (1.7)$$

wobei wir die Größen zum heutigen Zeitpunkt t_0 als die Hubblekonstante $H_0 \equiv H(t_0)$, den Dichteparameter $\Omega_m^0 \equiv \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_0$ und $\Omega_\lambda^0 \equiv \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}$ [†] eingeführt habe. Die Krümmung K kann durch

$$K = \left(\frac{H_0}{c} \right)^2 (\Omega_m^0 + \Omega_\lambda^0 - 1). \quad (1.8)$$

aus diesen Konstanten bestimmt werden. Die Geometrie verschiedener kosmologischer Modelle ergibt sich somit aus der mittleren Materiedichte und der kosmologischen Konstante als:

- $\Omega = \Omega_m^0 + \Omega_\lambda^0 > 1 \Rightarrow$ geschlossener Raum (*closed*)
- $\Omega = \Omega_m^0 + \Omega_\lambda^0 = 1 \Rightarrow$ flacher Raum (*flat*)
- $\Omega = \Omega_m^0 + \Omega_\lambda^0 < 1 \Rightarrow$ offener Raum (*open*)

1.1.2 Entfernungen

Definiert man die Entfernungen in einer gekrümmten, vierdimensionalen Raum-Zeit anhand verschiedener Meßvorschriften, so ergeben sich, im Gegensatz zum euklidischen Raum, verschiedene Entfernungen für dasselbe Objekt. Daher ist es wichtig, bei kosmologischen Entfernungen das mit der betrachteten physikalischen Größe einhergehende Entfernungsmaß zu verwenden.

In einem nicht-statischen Universum wird das Licht von weit entfernten Quellen - entsprechend der Expansion - dopplerverschoben. Die Wellenlänge λ_e , die von einem Objekt zur Zeit t_e emittiert wurde, sieht ein Beobachter bei t_0 entsprechend der Expansion $a(t_0)/a(t_e)$ nach λ_0 verschoben. Somit kann die Rotverschiebung z als

$$z + 1 = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} = \frac{1}{a} \quad (1.9)$$

³In diesem Fall wäre die Zustandsgleichung $p = \rho c^2/3$.

[†]Im weiteren werde ich Ω_λ^0 als die kosmologische Konstante bezeichnen.

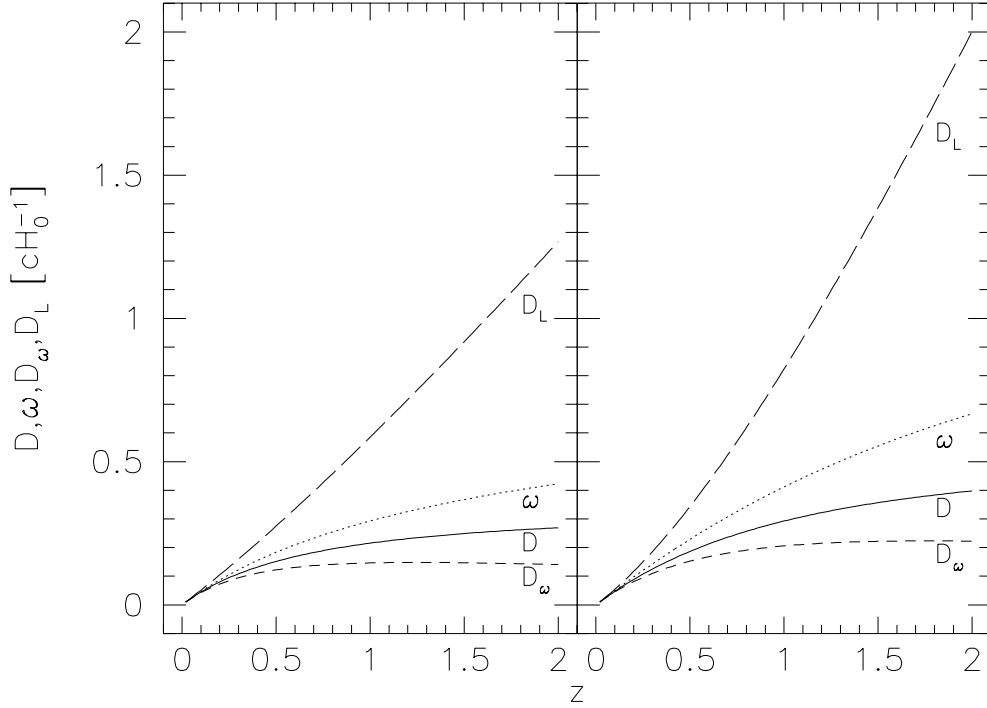


Abbildung 1.1: Entfernungsmaße für $\Omega_m^0 = 1$, $\Omega_\lambda^0 = 0$ (links) und für $\Omega_m^0 = 0.2$, $\Omega_\lambda^0 = 0.8$ (rechts). Dargestellt ist von oben nach unten die Leuchtkraftentfernung (lang gestrichelte Linie), die mitbewegte Entfernung (gepunktete Linie), die Laufzeitentfernung (durchgezogene Linie) und die Winkelentfernung (gestrichelte Linie).

definiert werden. Da die Rotverschiebung das einzige direkt - durch Spektroskopie und Identifizierung von einzelnen Spektrallinien - messbare Entfernungsmaß ist, möchte ich alle weiteren Entfernungen als Funktion dieser Rotverschiebung angeben.

Die Strecke $dD = -c dt$, die der Laufzeit des Lichts entspricht, wird *Laufzeitentfernung* genannt. Diese ergibt sich durch Umschreiben von $dt = da/\dot{a}$ als

$$D(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{d\tilde{z}}{\sqrt{\Omega_m^0(\tilde{z}+1) + (1 - \Omega_m^0 - \Omega_\lambda^0) \frac{\Omega_\lambda^0}{(\tilde{z}+1)^2}}}. \quad (1.10)$$

Unter der *mitbewegten Entfernung* verstehen wir die Koordinatenentfernung in mitbewegten Koordinaten. Für einen Lichtstrahl gilt $ds = 0$, und wir können ohne Einschränkung der Allgemeinheit einen radialen Lichtstrahl betrachten. Damit können wir die mitbewegte Entfernung aus der Metrik (1.2) als $d\omega = (c/a)da = -cdt/(a\dot{a})$ schreiben und erhalten

$$\omega(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{d\tilde{z}}{\sqrt{\Omega_m^0(\tilde{z}+1)^3 + (1 - \Omega_m^0 - \Omega_\lambda^0)(\tilde{z}+1)^2 + \Omega_\lambda^0}}. \quad (1.11)$$

Die *Winkelentfernung* kann, analog zum euklidischen Fall, als $D_\omega \equiv \sqrt{A/\alpha}$ eingeführt werden. Hierbei sind A die Fläche der Quelle bei einer Entfernung z und α der Raumwinkel, unter dem die Quelle heute erscheint. Unter Berücksichtigung von

$$\frac{A}{4\pi(a \sin_K(\omega))^2} = \frac{\alpha}{4\pi} \quad (1.12)$$

erhält man für die Winkelentfernung den Ausdruck

$$D_\omega(z) = \frac{1}{z+1} \sin_K(\omega(z)). \quad (1.13)$$

Die *Leuchtkraftentfernung* ist als Verhältnis der Leuchtkraft L eines Objektes zu dem vom Beobachter gemessenen Fluss S definiert. Damit erhält man als Leuchtkraftentfernung den Ausdruck

$$D_L = (1+z) \sin_K(\omega(z)). \quad (1.14)$$

Somit kann diese auch als Funktion der Winkelentfernung als

$$D_L(z) = (z+1)^2 D_\omega(z) \quad (1.15)$$

geschrieben werden. Dieser Zusammenhang wurde sogar für allgemeine Raumzeiten abgeleitet [Etherington 1933].

Abbildung (1.1) zeigt die gerade erläuterten verschiedenen Entfernungen für zwei verschiedene Kosmologien. Gut zu erkennen ist, dass die Unterschiede in den Entfernungsmaßen erst bei großen (kosmologischen) Entfernungen zum Tragen kommen. Auch machen sich die Unterschiede zwischen den verschiedenen Kosmologien erst bei größeren Rotverschiebungen bemerkbar. Eine ungewohnte Eigenschaft für ein Entfernungsmaß ist, dass die Winkelentfernung ein Maximum haben kann und somit für große Entfernungen wieder kleiner werden kann.

1.2 Entwicklung der Materie im Universum

Die Beschreibung der Materie in unserem Universum kann in drei Teile aufgeteilt werden. Der erste ist die Entwicklung der Dichte der Materie, die auf großen Skalen homogen ist und durch Ω_m und Ω_λ beschrieben wird. Der zweite ist die Beschreibung von Abweichungen auf kleinen Skalen und deren Entstehung im frühen Universum. Der letzte Teil ist schließlich die Entwicklung dieser Fluktuationen nach der Frühphase unseres Universums.

1.2.1 Entwicklung der Dichteparameter

In einem materiedominierten Universum ergibt sich aus der Zeitentwicklung der Hubblefunktion (1.7) zusammen mit der Gleichung (1.8) die Zeitentwicklung des Dichteparameters Ω_m und der kosmologischen Konstante Ω_λ als

$$\Omega_m(a) = \frac{\Omega_m^0}{a + \Omega_m^0(1-a) + \Omega_\lambda^0(a^3 - a)} \quad (1.16)$$

und

$$\Omega_\lambda(a) = \frac{\Omega_\lambda^0 a^3}{a + \Omega_m^0(1-a) + \Omega_\lambda^0(a^3 - a)}. \quad (1.17)$$

Diese Gleichungen zeigen, dass sich unabhängig von den heutigen Werten von Ω_m^0 und Ω_λ^0 das frühe ($a \rightarrow 0$) Universum als Einstein-de-Sitter-Modell mit $\Omega_m = 1$ und $\Omega_\lambda = 0$ beschreiben lässt.

1.2.2 Dichtefluktuationen

Um die lokalen Abweichungen von der homogenen Dichte zu beschreiben, wird gerne der *Dichtekontrast*

$$\delta = \frac{\rho - \langle \rho \rangle}{\langle \rho \rangle} \quad (1.18)$$

eingeführt. Eine entscheidende Annahme ist nun, dass sich diese Dichtefluktuationen im frühen Universum statistisch als Gaußsches Zufallsfeld beschreiben lassen. Dieses Gaußsche Zufallsfeld wird durch den Mittelwert $\langle \delta \rangle = 0$ und die Standardabweichung $\langle \delta^2 \rangle$ vollständig beschrieben. Die Standardabweichung der Dichtefluktuationen charakterisiert man gebräuchlicherweise durch ihr Leistungsspektrum (*Powerspektrum*) $P_\delta(k)$, das durch

$$\langle \hat{\delta}(\vec{k}) \hat{\delta}^*(\vec{k}') \rangle = (2\pi)^3 P_f(k) \delta^\dagger(\vec{k} - \vec{k}') \quad (1.19)$$

mit den Fluktuationen δ bzw. deren Fouriertransformierten $\hat{\delta}(\vec{k})$ verknüpft ist. Die Form dieses Leistungsspektrums hängt von den Eigenschaften der Materie, die das Universum füllt, ab. Eine analytische Darstellung dieses Spektrums kann aus einigen plausiblen Annahmen gewonnen werden. Für die meisten heute gebräuchlichen Modelle steigt das Spektrum für kleine k proportional zu k an und fällt für große k entsprechend k^{-3} wieder ab. Das Maximum im Spektrum der Dichtefluktuationen liegen ungefähr bei 10Mpc. Eine ziemlich ausführliche Behandlung dieses Aspektes ist unter anderem in [Padmanabhan 1993] zu finden.

1.2.3 Entwicklung der Dichtefluktuationen

In einem Einstein-de-Sitter Universum ($\Omega_m^0 = 1$, $\Omega_\lambda^0 = 0$) wachsen die Dichtefluktuationen

$$\delta^{\text{EdS}}(a) = a \delta_0^{\text{EdS}} \quad (1.20)$$

in linearer Näherung proportional zum Skalenfaktor. Für allgemeinere Werte der kosmologischen Parameter kann das Wachstum der Dichtefluktuationen als

$$\delta(a) = a g(a) \delta_0 \quad (1.21)$$

beschrieben werden, wobei der Wachstumsfaktor $g(a)$ als Funktion der kosmologischen Parameter durch

$$g(a) = \frac{5}{2} \Omega_m(a) \left[\Omega_m^{\frac{4}{3}}(a) - \Omega_\lambda(a) + \left(1 + \frac{\Omega_m(a)}{2} \right) \left(1 + \frac{\Omega_\lambda(a)}{70} \right) \right]^{-1} \quad (1.22)$$

[‡]Damit ist das Dirac- δ gemeint.

genähert werden kann [Carroll et al. 1992]. Wenn wir das heutige Leistungsspektrum der Fluktuationen $P_\delta^0(k)$ linear auf die frühere Zeit abbilden, dann erhalten wir

$$P_\delta(k, a) = [a g(a)]^2 P_\delta^0(k). \quad (1.23)$$

Auf Skalen kleiner als ca. 10Mpc bricht die lineare Näherung wegen der nichtlinearen Effekte in der Gravitation jedoch rasch zusammen. Deswegen wird die weitere Entwicklung des Dichtefeldes in Vielteilchensimulationen untersucht. Dafür wird aus den linear entwickelten Dichtefluktuationen zu einem frühen Zeitpunkt⁴ ein Dichtefeld berechnet, für welches dann die Bewegungsgleichungen numerisch integriert werden.

1.2.4 Normierung der Dichtefluktuationen

Wie bereits vorher erwähnt, lässt sich die Form des Leistungsspektrums aus der Theorie motivieren. Die Normierung der Dichtefluktuationen kann jedoch nur anhand von Beobachtungen geschehen. Sie wird meist durch den Parameter σ_8 ausgedrückt. Dieser ist ein Maß für die Fluktuationen der in Kugeln von 8Mpc Durchmesser gemittelten Dichte, wobei der Wert von 8Mpc historisch bedingt ist, da die Zählung von Galaxien einen Wert von $\sigma = 1$ auf einer Skala von 8Mpc ergaben. Zur Bestimmung der Normierung gibt es verschiedene Ansätze, welche die Dichtefluktuationen auf verschiedenen Längenskalen messen:

- Durch Zählungen von Galaxien. Hierbei wird angenommen, dass Fluktuationen in der Anzahlichte der Galaxien δn_G der Verteilung der Masse δ folgen, $\delta n_G = b\delta$. Der Wert des *Bias*-Faktors b , der die Effizienz misst, mit der Masse in Strahlung umgesetzt wird, ist noch unklar, meist wird jedoch $b = 1$ angenommen. Somit erhält man $\sigma_8 = 1$ für die Normierung.
- Durch Messungen der Häufigkeit von Galaxienhaufen. Der Wert für σ_8 hängt dabei von dem verwendeten kosmologischen Modell ab. Zwar kennt man die Häufigkeit von Galaxienhaufen nur ungenau, da aber diese Zählungen sehr empfindlich von der Normierung abhängt, gibt diese Methode dennoch einen ziemlich präzisen Wert für die Normierung des Spektrums. Abhängig von den kosmologischen Parametern erhält man
 $\sigma_8 = 0.5 (\Omega_m^0)^{-0.47+0.10\Omega_m^0}$ für $\Omega_\lambda^0 = 0$ und
 $\sigma_8 = 0.5 (\Omega_m^0)^{-0.53+0.13\Omega_m^0}$ für $\Omega_m^0 + \Omega_\lambda^0 = 1$
 [White et al. 1993],[Eke et al. 1996],[Viana & Liddle 1996].
- Aus der Messung der Anisotropie der kosmischen Mikrowellen-Hintergrundstrahlung durch den COBE-Satelliten. Diese Anisotropie ist ein *Fingerabdruck* der Strukturen im Universum aus der Zeit der Rekombination, die ungefähr bei $z = 1000$ stattgefunden hat.

⁴Je nach Kosmologie bei einer Rotverschiebung von 15 bis 20; dies entspricht knapp einem fünfzigstel des heutigen Alters des Universums.

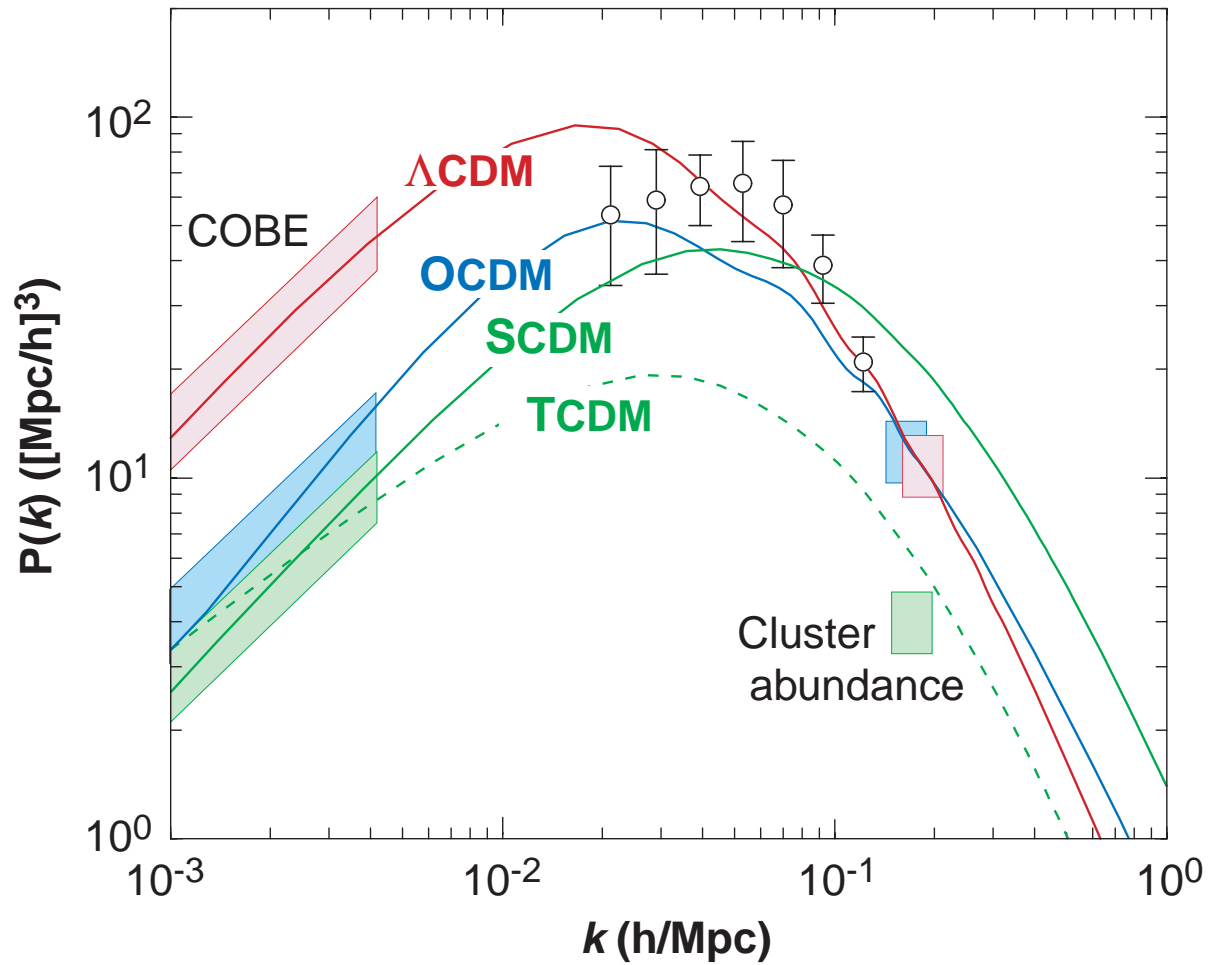


Abbildung 1.2: Dargestellt sind die Leistungsspektren der Dichtefluktuationen für die vier Kosmologien Λ CDM ($H_0 = 65$, $\Omega_m^0 = 1/3$, $\Omega_\lambda^0 = 2/3$), OCDM ($H_0 = 65$, $\Omega_m^0 = 1/3$, $\Omega_\lambda^0 = 0$), SCDM ($H_0 = 50$, $\Omega_m^0 = 1$, $\Omega_\lambda^0 = 0$) und TCDM ($H_0 = 50$, $\Omega_m^0 = 1$, $\Omega_\lambda^0 = 0$, spektraler Index=0.7) aus [Bahcall et al. 1999]. Die Boxen auf der linken Seite repräsentieren die erlaubten Bereiche in der entsprechenden Kosmologie, gemessen durch den COBE-Satelliten. Die Boxen auf der rechten Seite stellen die erlaubten Bereiche in den verschiedenen Kosmologien für die Zählungen von Galaxienhaufen dar. Die Kreise sind die Messungen aus dem APM-Galaxien-Katalog, die wegen ihrer geringen kosmologischen Entfernung zu uns unabhängig vom kosmologischen Modell sind.

Diese Normierung ist dabei auch abhängig von der Kosmologie; so ergibt sie beispielsweise für das Standardmodell ($H_0 = 50$, $\Omega_m^0 = 1$, $\Omega_\lambda^0 = 0$) einen Wert von $\sigma_8 = 1.24$ [Banday et al. 1997].

Abbildung (1.2) zeigt die Leistungsspektren für vier verschiedene kosmologische Modelle, verglichen mit Messungen. Alle Leistungsspektren wurden entsprechend den COBE-Daten normiert. Wäre der *Bias* b verschieden von eins, so würden die Datenpunkte aus dem APM-Galaxien-

Katalog (offene Kreise) nach oben oder unten verschoben, die Form der Kurve würde sich jedoch nicht ändern. Es ist gut zu sehen, dass die Modelle nicht alle Einschränkungen aus den Beobachtungen gleich gut erfüllen. Besonders das Leistungsspektrum für das Standardmodell (grüne, durchgezogene Linie) ist inkonsistent mit der Normierung anhand der Häufigkeit von Galaxienhaufen. Dies kann durch das *Kippen* des Spektrums⁵ behoben werden (**TCDM**). Eine derartige Kosmologie kann dann aber nur durch die Einführung eines von eins verschiedenen *Bias* b in Einklang mit den Galaxienzählungen gebracht werden.

1.3 Die größten gebundenen Objekte im Universum

Obwohl das Universum, wie im vorigen Abschnitt gezeigt, auf großen Skalen als homogen betrachtet werden kann, zeigten schon frühe Beobachtungen von Galaxien, dass Galaxien nicht regelmäßig am Himmel verteilt sind, sondern auch Gebiete gefunden werden können, an denen überproportional viele Galaxien zu finden sind. Derartige Ansammlungen von Galaxien nennt man Galaxienhaufen. Sie sind die größten gebundenen Objekte im Universum. Die größten bekannten Galaxienhaufen bestehen dabei aus einigen tausend Galaxien. Damit sind sie das prominenteste Merkmal der großräumigen Struktur im Universum.

1.3.1 Viele Galaxien machen einen Haufen

Die erste, umfangreiche Durchmusterung des Himmels nach Galaxienhaufen stammt von George Abell aus dem Jahr 1957 [Abell 1957]. Der so genannte Abell-Katalog umfasst ca. 2700 Galaxienhaufen. Abbildung (1.3) zeigt den Coma-Galaxienhaufen. Dieser ist einer der uns am nächsten gelegenen Galaxienhaufen. Die Galaxienverteilung zeigt deutliche Anzeichen dafür, dass der Coma-Galaxienhaufen nicht rund ist, sondern eine ausgeprägte innere Struktur besitzt. Diese Struktur ist, wie ich später noch zeigen werde, in allen Beobachtungen zu sehen. Da er relativ nahe und relativ massereich ist, gehört er zu den am genauesten untersuchten Galaxienhaufen. Aus der Untersuchung der Spektren der Galaxien im Galaxienhaufen lässt sich die Bewegung der Galaxien relativ zu uns bestimmen. Als Ergebnis der Ausdehnung des Universums bewegen sich diese im Mittel von uns weg. Diese Fluchtbewegung ist umso größer, je weiter die Galaxien von uns entfernt sind. Aus der mittleren Fluchtbewegung aller Galaxien im Galaxienhaufen lässt sich somit die Entfernung zu dem Galaxienhaufen bestimmen. Die individuellen Bewegungen der Galaxien, nach Abzug dieser mittleren Fluchtgeschwindigkeit, beschreiben deren Bewegung im Potential des Galaxienhaufens. Deswegen ist die Dispersion der Geschwindigkeitsverteilung der Galaxien im Galaxienhaufen ein Maß für die Masse des Galaxienhaufens. Die Masse innerhalb

⁵Dies bedeutet die Wahl eines Leistungsspektrums, welches für kleine Werte von k weniger steil $P(k \ll 10\text{Mpc}) \propto k^{n < 1}$ ansteigt.



Abbildung 1.3: Diese Abbildung zeigt ein optisches Bild des Coma-Galaxienhaufens. Nahezu jeder Lichtfleck auf dieser Abbildung ist eine Galaxie. Deutlich ist zu erkennen, wie die Anzahl der Galaxien zum Zentrum - nahe den zwei besonders hellen, elliptischen Galaxien - hin immer mehr zunimmt. Auch deutlich zu sehen ist die kleinere Anhäufung von Galaxien um die helle, elliptische Galaxie im rechten unteren Teil der Abbildung.

eines Radius R_G kann aus der radialen⁶ Geschwindigkeitsdispersion σ_r anhand von

$$M = \frac{3R_G\sigma_r^2}{G} = 7.0 \times 10^{14} M_{\text{sol}} \left[\frac{\sigma_r}{1000 \text{ km/s}} \right]^2 \left[\frac{R_G}{\text{Mpc}} \right] \quad (1.24)$$

berechnet werden. Typische Werte für σ_r liegen im Bereich um 1000 km/s. Damit besitzen Galaxienhaufen typischerweise eine Masse von 10^{14} bis 10^{15} Sonnenmassen. Summiert man die

⁶Beobachtbar ist nur die entlang der Sichtlinie projizierte Geschwindigkeitsdispersion, nicht die dreidimensionale.

Masse aller Galaxien⁷ im Galaxienhaufen, so zeigt sich, dass die Galaxien nur einen kleinen Bruchteil - max. 10% - zu der Gesamtmasse beitragen. Wie ich im nächsten Abschnitt erklären werde, sind weitere 10% der Masse in Gasform zwischen den Galaxien verteilt. Der größte Teil der Masse eines Galaxienhaufens bleibt jedoch der direkten Beobachtung verborgen. Man spricht deswegen von *Dunkler* Materie. Unabhängige Massebestimmungen, beispielsweise mittels des Gravitationslinseneffekts, bestätigen, dass Galaxienhaufen deutlich mehr Masse haben als alle beobachteten, sichtbaren Komponenten zusammengezählt. Auch die Galaxien selber scheinen massereicher zu sein als ihre beobachtbaren Bestandteile. Was diese Dunkle Materie genau ist, ist eines der größten verbleibenden Rätsel in der Astronomie.

1.3.2 Galaxien mögens heiß

Beobachtungen mit Röntgenteleskopen zeigen, dass in einem Galaxienhaufen der Raum zwischen den Galaxien nicht leer ist. Er ist mit heißem Plasma ausgefüllt. Abbildung (1.4) zeigt ein Bild des Coma-Galaxienhaufens im Röntgenlicht. Gut zu erkennen ist, dass auch das Gas zwischen den Galaxien im Zentrum von Coma eine eher horizontal ausgerichtete Verteilung besitzt. Diese ist in guter Übereinstimmung mit der Anordnung der zwei prominenten Galaxien im Zentrum der Abbildung (1.3). Weiter außen ist die nach rechts unten ausgedehnte Struktur zu erkennen, welche gut mit der Anhäufung von Galaxien um die Position der markanten Galaxie in der rechten unteren Bildhälfte von Abbildung (1.3) übereinstimmt. Die Leuchtkraft der gemessenen Galaxienhaufen im Röntgenlicht beträgt zwischen 10^{43} und 10^{45} erg/s.

Das Spektrum der gemessenen Röntgenstrahlung entspricht ziemlich genau einem thermischen Bremsstrahlungsspektrum. Die aus diesem Spektrum bestimmte Temperatur des Plasmas beträgt dabei typischerweise zwischen 1 und 10 keV. Aus der Temperatur und der Dichte eines Plasmas lässt sich die Emissivität im Röntgenlicht durch

$$j(T, n_e) = \frac{4C_j}{1+f} \sqrt{\frac{k_B T}{\text{keV}}} \left(\frac{n_e}{\text{cm}^3} \right)^2 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{s}} \left(e^{\frac{E'_a}{k_B T}} - e^{\frac{E'_b}{k_B T}} \right) \quad (1.25)$$

beschreiben [Rybicki & Lightman 1979]. Dabei ist $C_j = 2.42 \cdot 10^{-24}$ und $f = 0.76^\S$. Für kosmologische Entfernungen ergibt sich das Energieband $E'_{a,b}$ im Ruhesystem des Galaxienhaufens als $E'_{a,b} = (1+z)E_{a,b}$.

Um aus Simulationen synthetische Röntgenkarten zu erstellen, die anschließend mit Beobachtungen verglichen werden können, muss nun noch entlang der Sichtlinie durch den simulierten Galaxienhaufen integriert werden. Dabei ist zu bedenken, dass ein Flächenelement - entsprechend der Entfernung, die man dem simulierten Galaxienhaufen gibt, um mit den Messungen vergleichen zu können - mit der Winkelentfernung skaliert werden muss. Der Fluss hingegen muss mit der Leuchtkraftentfernung skaliert werden. Da sich entsprechend Gleichung (1.15) diese beiden

⁷Die typische Masse für Galaxien kann aus der Rotationskurve der Sterne innerhalb der Galaxie berechnet werden.

[§]Dabei wurde ein primordialer Massenanteil von 0.24 für Helium angenommen.

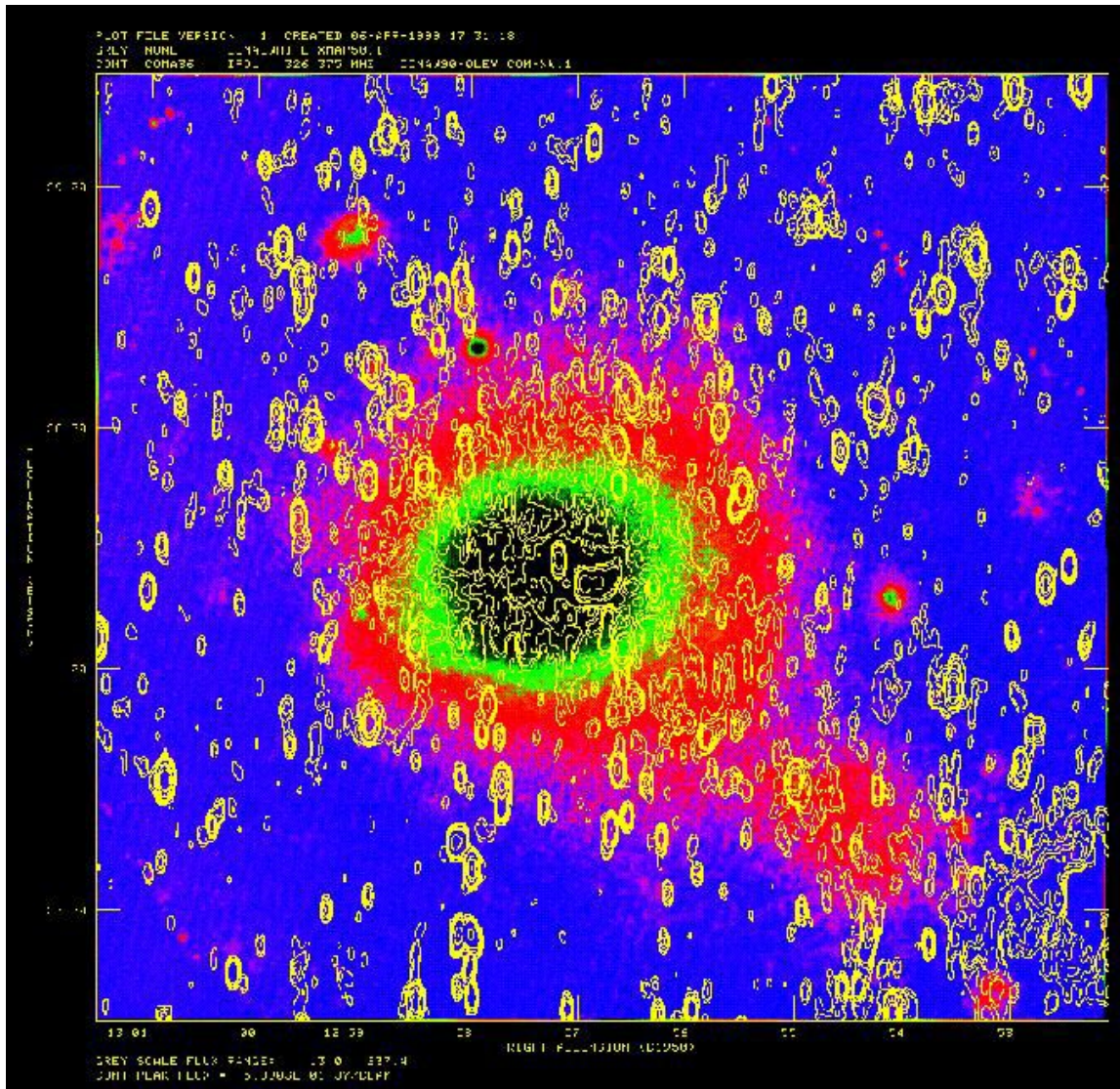


Abbildung 1.4: Diese Abbildung zeigt ein Bild des Coma-Galaxienhaufens im Röntgenlicht. Dabei stehen die Farben für die Intensität der gemessenen Emission. Blau bedeutet keine Emission, während von lila über rot und grün bis zu schwarz die Emission immer stärker zunimmt. Gut zu erkennen ist, dass der Galaxienhaufen auch im Röntgenlicht horizontal, entlang der zwei auffälligen Galaxien in Abbildung (1.3), zu einer Ellipse verformt ist. Auch die Konzentration von Galaxien in dem rechten unteren Teil von Abbildung (1.3) ist im Röntgenlicht dargestellt. Die gelben Konturen repräsentieren die beobachtete Radioemission des Galaxienhaufens.

Entfernungen bis auf einen von der Kosmologie unabhängigen Faktor gleichen, heben sich alle Terme, die von der Kosmologie abhängen, gegenseitig weg. Somit erhält man die beobachtete Oberflächenhelligkeit als

$$L_X = \frac{1}{4\pi(z+1)^4} \int j(T, n_e) dl. \quad (1.26)$$

Die Leuchtkraft des Galaxienhaufens im Röntgenlicht erhält man durch Integration über das

gesamte Volumen,

$$L_X = \int_V j(T, n_e) d^3x. \quad (1.27)$$

Die Temperatur ist nur näherungsweise über den ganzen Galaxienhaufen konstant. Da die Auflösung und die Empfindlichkeit der Röntgenteleskope noch nicht gut genug ist, um präzise Temperaturkarten anzufertigen, muss eine über den Galaxienhaufen gemittelte Temperatur verwendet werden, um die Simulationen mit den Beobachtungen vergleichen zu können. Die beobachtete Temperatur ist jedoch die emissionsgewichtete Temperatur. Eine derartige Temperaturkarte erhält man durch Integration entlang der Sichtlinie als

$$T_{\text{em}} = \frac{\int j(T, n_e) T dl}{\int j(T, n_e) dl}. \quad (1.28)$$

Weiter lässt sich die emissionsgewichtete Temperatur als Integral über den gesamten Galaxienhaufen bestimmen;

$$T_{\text{Cluster}} = \frac{\int_V j(T, n_e) T d^3x}{\int_V j(T, n_e) d^3x}. \quad (1.29)$$

1.3.3 Magnetisierte Galaxienhaufen

Magnetfelder kommen in sehr vielen astronomischen Objekten vor, sie können in der Regel jedoch nur indirekt nachgewiesen werden. Hierbei hilft, dass ein magnetisiertes Plasma doppelbrechend wirkt. Die Beobachtung dieses Effekts wird möglich, da Synchrotron-Emission in geordneten Magnetfeldern linear polarisierte Strahlung erzeugt. Deswegen ist die Emission vieler beobachteter Radioquellen teilweise linear polarisiert. Die Richtung dieser Polarisation ändert sich, wenn das Licht durch ein magnetisiertes Plasma propagiert. Dies wird Faraday-Rotation genannt. Da dieser Effekt wellenlängenabhängig ist, $\phi_i = R_m \lambda_i^2$, kann durch Messen der Richtung ϕ_i der Polarisation bei verschiedenen Wellenlängen λ_i das so genannte Rotationsmaß

$$R_m = \frac{\phi_1 - \phi_2}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} = \frac{e^3}{2\pi m_e^2 c^4} \int n_e B_{||} dl. \quad (1.30)$$

bestimmt werden [Sarazin 1986]. Beobachtet man nun Radioquellen in oder hinter Galaxienhaufen und vergleicht die Ergebnisse mit Quellen, die neben den Galaxienhaufen stehen, so kann der Effekt des magnetisierten Plasmas in Galaxienhaufen sichtbar gemacht werden. Abbildung (1.5) zeigt eine Zusammenstellung von Messungen aus [Kim et al. 1991] für den Coma-Galaxienhaufen. Die Kreise markieren die Positionen der Quellen, die Größe spiegelt das gemessene Rotationsmaß wider, wobei offene und gefüllte Kreise das Vorzeichen der Rotationsmaße angeben. Die durchgezogene und die gestrichelte Linie deuten die Größe des Galaxienhaufens an. Im rechten oberen Teil der Abbildung sind diese Rotationsmaße als Funktion des Abstandes zum Zentrum des Galaxienhaufens dargestellt. Deutlich zu sehen ist, dass für die Quellen weiter abseits ein deutlich kleineres Signal gemessen wird. Zusammen mit einer Abschätzung der Längenskala⁸, auf der sich das Magnetfeld ändert, erhält man einen Wert von ca. $2\mu\text{G}$ für das

⁸Diese kann aus der Skala, auf der sich das Rotationsmaß in beobachteten, ausgedehnten Quellen ändert, abgeleitet werden.

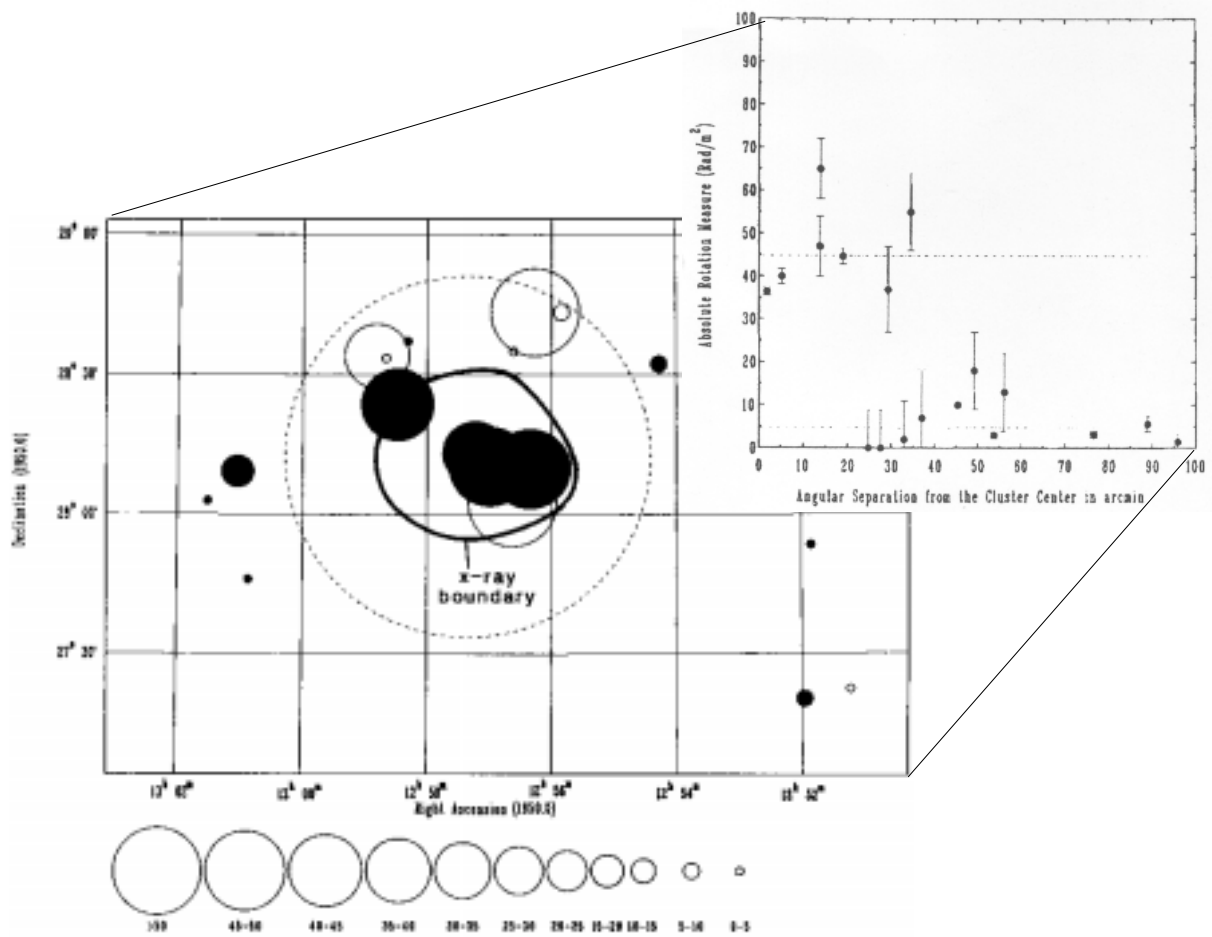


Abbildung 1.5: Diese Abbildung aus [Kim et al. 1991] zeigt auf der linken Seite eine Karte des Coma-Galaxienhaufens. Dabei stellen die Kreise die gemessene Faraday-Rotation an den Positionen der Radioquellen in und hinter dem Coma-Galaxienhaufen dar. Der Durchmesser entspricht hierbei der Stärke der gemessenen Drehung. Offene und gefüllte Kreise zeigen die Richtung der Rotation an. Die durchgezogene Linie gibt die Röntgenkontur an, die gestrichelte Linie markiert den Abell-Radius. In der rechten Darstellung sind diese Messungen als Funktion des Abstands zum Zentrum des Galaxienhaufens dargestellt. Hier ist die Wirkung des magnetisierten Plasmas im Galaxienhaufen deutlich zu sehen. Weit entfernt vom Zentrum ist nur noch so wenig magnetisiertes Plasma vorhanden, dass keine Drehung der Polarisation mehr gemessen wird.

Magnetfeld im Coma-Galaxienhaufen.

Ein weiterer Galaxienhaufen, für den einige Messungen vorliegen, ist A119. Abbildung (1.6) zeigt die Rotationsmaßmessungen aus [Ferretti et al. 1999]. Die Konturlinien stellen den Galaxienhaufen im Röntgenlicht dar. Gut zu erkennen ist, dass der Galaxienhaufen im Röntgenlicht nicht rund ist. Dass die äußeren Konturen rund erscheinen, liegt einerseits an den Abbildungs-

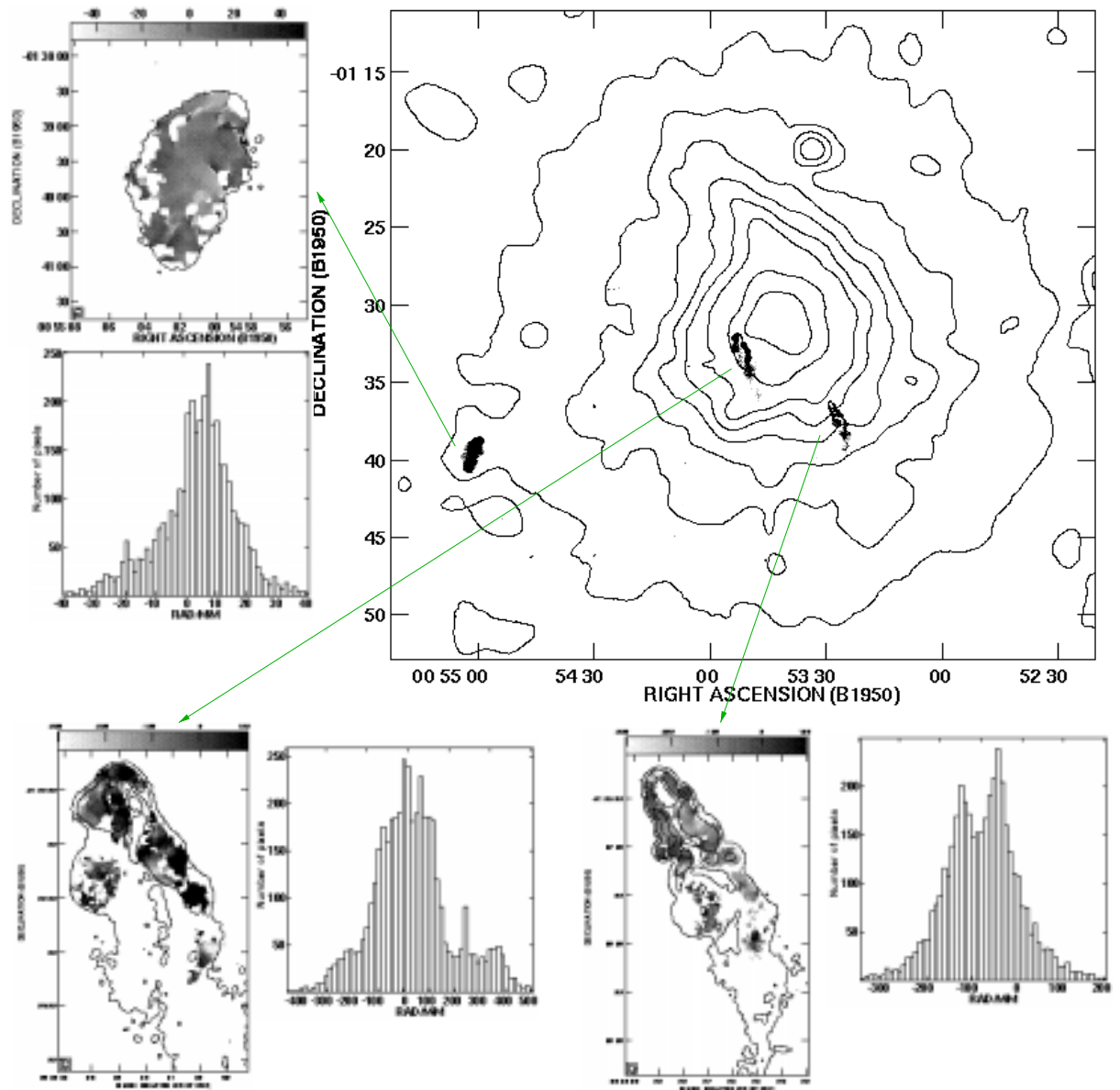


Abbildung 1.6: Diese Abbildungen aus [Ferretti et al. 1999] zeigt eine Röntgenkarte des Galaxienhaufens A119. Auch auf der Karte verzeichnet sind die Positionen von drei Radioquellen. Die zusätzlichen Abbildungen zeigen die Rotationsmaßkarten und die Verteilungen der Rotationsmaße in den Radiogalaxien. Die Radiogalaxien sind dabei durch die Pfeile zu den jeweiligen Abbildungen zugeordnet. Die Breite der Rotationsmaßverteilung wird um so kleiner, je weiter man sich vom Zentrum entfernt. Dabei ist auf die sich ändernden Skalen in den Darstellungen zu achten.

eigenschaften des Röntgenteleskops⁹, andererseits daran, dass diese Konturen schon größtenteils

⁹Der Galaxienhaufen füllt das gesamte Blickfeld von ASCA, daher sind die äußeren Konturlinien von den Abbildungseigenschaften am Rande des Sichtfeldes dieses Röntgenteleskops stark beeinflusst.

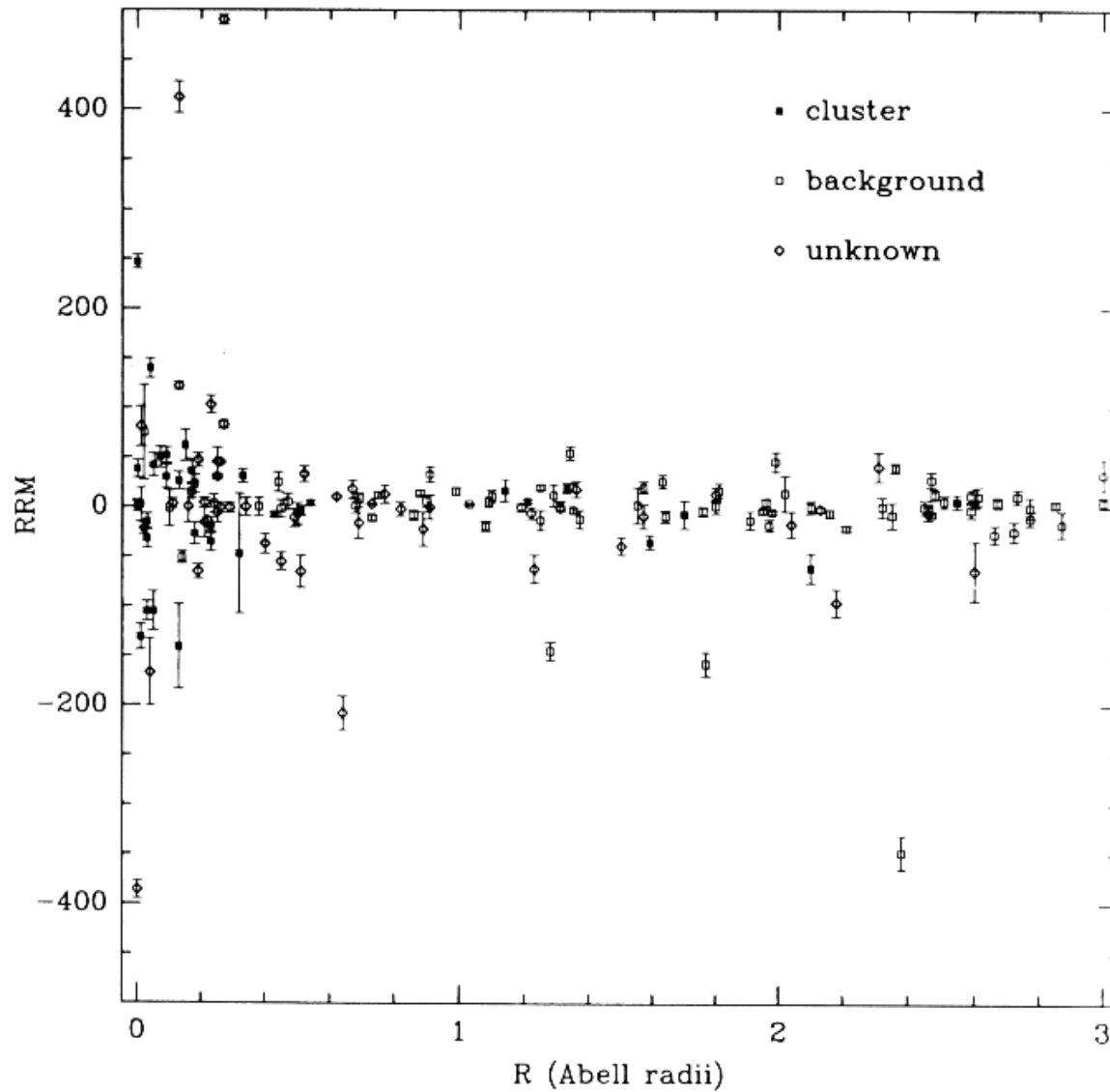


Abbildung 1.7: Diese Abbildung aus [Kim et al. 1990] zeigt eine Sammlung von Rotationsmaßen als Funktion des Abstandes zum nächstgelegenen Abell-Galaxienhaufen. Deutlich ist die trompetenartige Verbreiterung der Messungen für kleine Radien zu sehen. Dies ist ein klares Zeichen dafür, dass ein Großteil des Rotationsmaßes vom magnetisierten Gas innerhalb der Galaxienhaufen stammt.

im Rauschen des Instrumentes liegen. Zusätzlich sind in dieser Karte die Positionen der drei vermessenen Radioquellen vermerkt. Die kleineren Abbildungen zeigen je eine detaillierte Karte der gemessenen Rotationsmaße in diesen Radioquellen, und die Verteilung der Rotationsmaße. Deutlich zu sehen ist, wie die Breite der Verteilungen immer kleiner wird, je weiter die Quellen vom Zentrum des Galaxienhaufens entfernt ist. Dabei ist auf die sich ändernde Skala in der Darstellung der Verteilungen zu achten. Der aus diesen Messungen abgeschätzte Wert für das

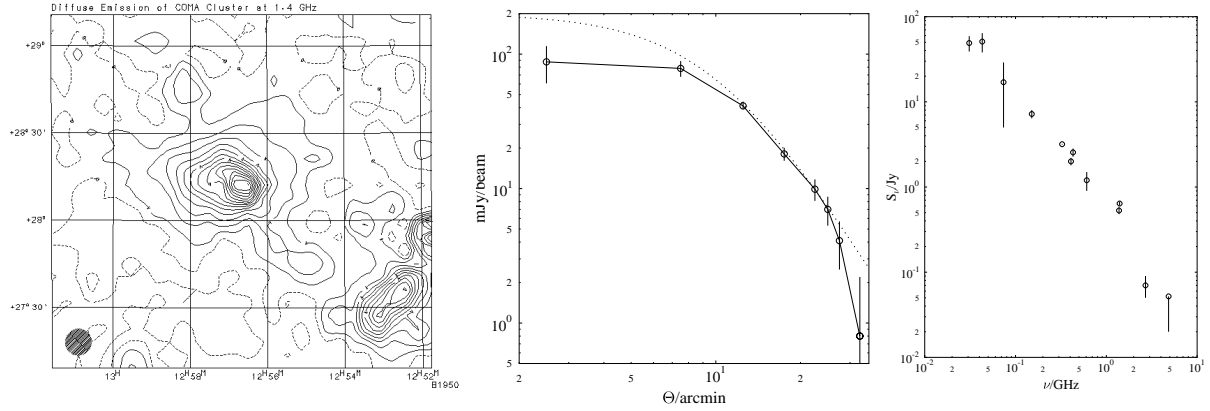


Abbildung 1.8: Diese Abbildungen aus [Deiss et al. 1997] zeigen den Coma-Galaxienhaufen im Radiobereich bei 1.4 GHz. Links ist nach der Subtraktion aller Punktquellen aus der Radiokarte das diffuse Radiohalo zu sehen. In der Mitte ist das daraus gewonnene radiale Profil des Radiohalos zu sehen. Rechts ist das Spektrum der Radioemission abgebildet.

Magnetfeld in A119 liegt zwischen 5 und 10 μG .

Dass Magnetfelder nicht nur in einzelnen Galaxienhaufen vorkommen, zeigt sich, wenn man alle vorhandenen Rotationsmaßmessungen mit den Positionen bekannter Galaxienhaufen korreliert. Abbildung (1.7) zeigt die Zusammenstellung von Rotationsmaßmessungen aus [Kim et al. 1990]. Dabei wurde für jedes Rotationsmaß der nächstgelegene Abell-Galaxienhaufen gesucht. Dieses Rotationsmaß wurde dann als Funktion des Abstandes zu diesem nächstgelegenen Abell-Galaxienhaufen dargestellt. Deutlich zu sehen ist, dass sich die Verteilung bei immer kleiner werdenden Abständen deutlich verbreitert. Die aus diesen Messungen abgeleitete mittlere Magnetfeldstärke in Galaxienhaufen ist ca. ein μG .

Später werde ich diese Beispiele dazu verwenden, meine simulierten Galaxienhaufen mit den Messungen zu vergleichen. Dabei ist zu beachten, dass gerade die älteren Messungen mit großen Unsicherheiten behaftet sind. Diese sind oft nur durch die Messung bei zwei unterschiedlichen Frequenzen bestimmt worden. Dies lässt dann dem Beobachter immer die Freiheit, $n \cdot 2\pi$ zu den beobachteten Winkeln zu addieren, wobei die Beobachter dann meist das plausibelste Rotationsmaß gewählt haben. Neuere Messungen arbeiten meistens mit drei oder mehr Frequenzen, wobei zwei nahe benachbarte Frequenzen verwendet werden, um diese Freiheiten zu eliminieren. Neuere Messungen werden gerade ausgewertet und stehen hoffentlich bald für detailliertere Vergleiche zur Verfügung.

1.3.4 Relativistische Elektronen im Galaxienhaufen

Das Magnetfeld in Galaxienhaufen macht sich jedoch nicht nur in den gemessenen Rotationsmaßen von Radioquellen bemerkbar. Manche Galaxienhaufen selber erscheinen als ausgedehnte, diffuse Quellen im Radiolicht. Diese so genannten Radiohalos werden als Synchrotron-Strahlung

von relativistischen Elektronen im Plasma des Galaxienhaufens gedeutet. Abbildung (1.8) zeigt den Coma-Galaxienhaufen im Radiolicht [Deiss et al. 1997]. Der linke Teil zeigt dabei die Radio-konturen nach Abzug aller Punktquellen. Gut zu erkennen ist dabei, dass das Radiohalo in seiner Form sehr gut mit den Beobachtungen im Röntgenlicht übereinstimmt. Beispielsweise erscheint auch im Radiolicht die deutlich nach rechts unten¹⁰ ausgedehnte Struktur. In der Mitte ist das radiale Profil des Radiohalos dargestellt. Rechts ist das Spektrum des Radiohalos abgebildet. Dieses folgt ziemlich genau einem Potenzgesetz

$$L_{\text{Radio}} \propto \nu^{-\alpha}. \quad (1.31)$$

Aus dem Radiospektrum lassen sich Aussagen über das Spektrum der relativistischen Elektronen machen. Folgt das Radiospektrum - wie in diesem Fall - einem Potenzgesetz, so kann diese Emission durch ein Elektronenspektrum

$$n_{\text{rel}}(E)dE = N_0 E^{-\gamma} \quad (1.32)$$

beschrieben werden, welches ebenfalls einem Potenzgesetz folgt. Dabei ist der spektrale Index γ für die Elektronen mit dem spektralen Index der Radioemission α durch

$$\gamma = 2\alpha + 1 \quad (1.33)$$

verknüpft [Rybicki & Lightman 1979]. Der beobachtete spektrale Index für die relativistischen Elektronen ist im Bereich von $\gamma = 3.68$ [Ensslin & Biermann 1998] bzw. $\gamma = 3.9$ [Böhringer 1995]. Die Emission j_ν von Synchrotron-Strahlung bei der Frequenz ν durch relativistische Elektronen in einem Magnetfeld kann als

$$j_\nu = c_2(\gamma) N_0 (B \sin(\theta))^{0.5(\gamma+1)} \left(\frac{\nu}{2c_1} \right)^{0.5(1-\gamma)}. \quad (1.34)$$

berechnet werden. Dabei ist N_0 die Proportionalitätskonstante aus dem Spektrum der relativistischen Elektronen (1.32). Die Konstanten c_1 und $c_2(\gamma)$ ergeben sich als

$$c_1 = \frac{3e}{4\pi m_e^3 c^5} = 6.27 \cdot 10^{18} \text{ Hz} \quad (1.35)$$

und

$$c_2(\gamma) = \frac{\sqrt{3}}{16\pi} \frac{e^3}{m_e c^2} \frac{\gamma + 7/3}{\gamma + 1}, \left(\frac{3\gamma - 1}{12} \right), \left(\frac{3\gamma + 7}{12} \right). \quad (1.36)$$

Der Winkel θ ist derjenige zwischen dem Beobachter und dem Magnetfeld [Pacholczyk 1970]. Somit können durch Messung der Radiohalos Aussagen über eine Kombination von Magnetfeld und relativistischen Elektronen gemacht werden.

Die Photonen des kosmischen Mikrowellenhintergrunds erfahren allerdings auch inverse Compton-Streuung an diesen relativistischen Elektronen. Diese Photonen werden dadurch in den harten

¹⁰Die Radiokarte zeigt einen größeren Ausschnitt des Himmels als die Darstellungen im optischen und im Röntgenlicht. Deswegen ist nicht das *Radiorelikt* in der rechten unteren Ecke gemeint.

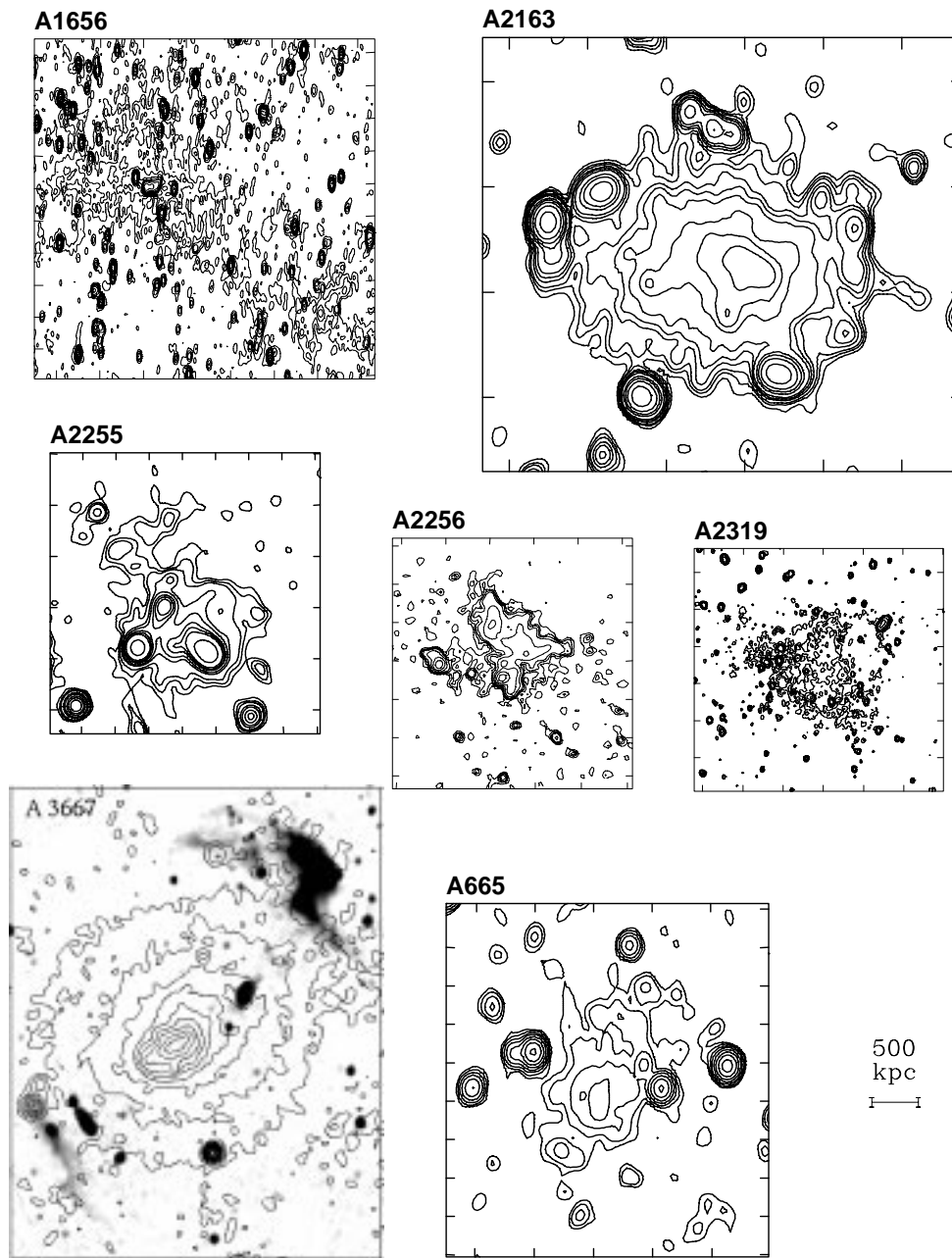


Abbildung 1.9: Diese Abbildungen zeigt eine Zusammenstellung von Radiohalos einiger Galaxienhaufen, skaliert auf die gleiche physikalische Skala, aus [Ferretti 1999].

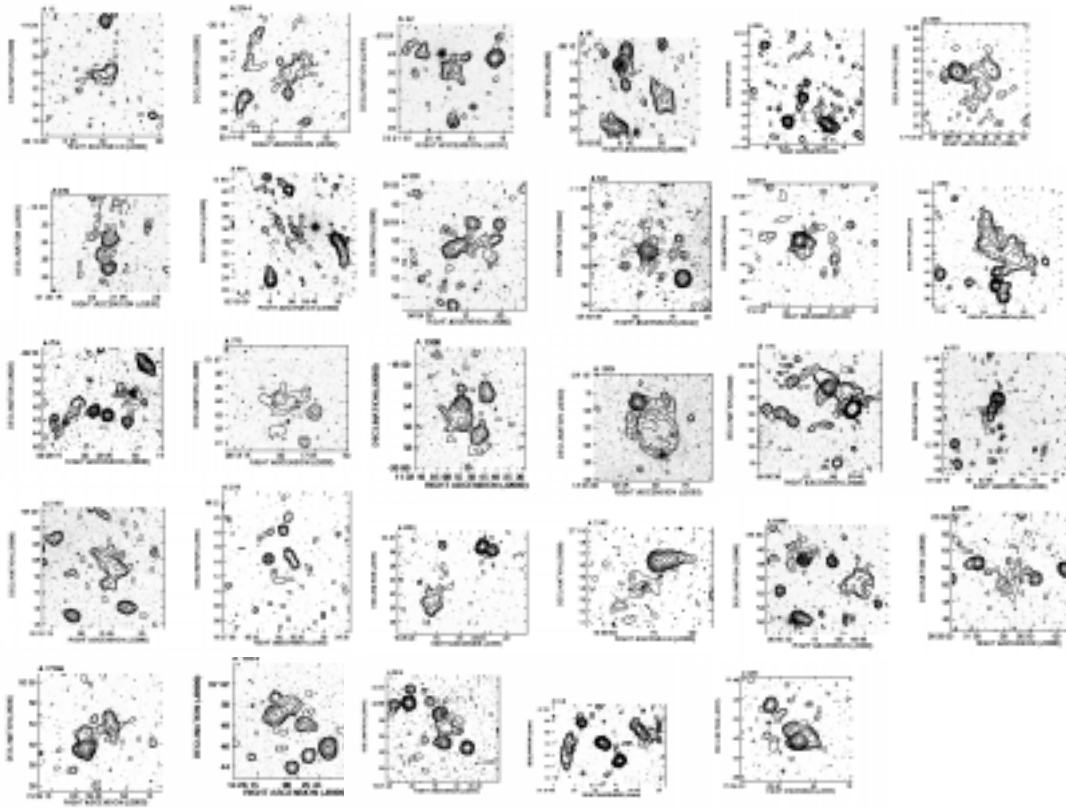


Abbildung 1.10: Diese Abbildungen zeigt eine weitere Zusammenstellung von Radiohalos einiger Galaxienhaufen aus [Giovannini et al. 1999].

Röntgenbereich gestreut. Genauere Beobachtungen im harten Röntgenbereich zeigen tatsächlich ein Abweichen der Röntgenemission für hohe Energien von einem thermischen Spektrum. Diese Messungen sind jedoch noch mit sehr großen Unsicherheiten behaftet. Aber selbst eine obere Grenze dieser harten Röntgenstrahlung - gegeben durch die Messungen, die einem thermischen Spektrum folgen - liefert eine obere Grenze für das Spektrum der relativistischen Elektronen. Zusammen mit dem gemessenen Radiohalo liefert dies somit eine untere¹¹ Grenze für das Magnetfeld. Die hieraus resultierende untere Grenze für das Magnetfeld ist in gutem Einklang mit den Abschätzungen für das Magnetfeld aus den Rotationsmaßmessungen.

In den letzten Jahren hat - durch ständige Verbesserung der Instrumente sowohl in der Auflösung als auch in der Empfindlichkeit - die Anzahl der bei Beobachtungen gefundenen Galaxienhaufen mit einem Radiohalo stark zugenommen. Radiohalos scheinen also nicht nur eine Eigenart einiger weniger Galaxienhaufen zu sein, sondern ein eher weit verbreitetes Phänomen. Abbildung (1.9) und (1.10) zeigen Zusammenstellungen einiger Radiohalos aus der Literatur [Ferretti 1999],[Giovannini et al. 1999].

¹¹Je weniger relativistische Elektronen vorhanden sind, desto größer muss das magnetische Feld sein, um das gleiche Radiohalo zu produzieren.

Kapitel 2

Magnetohydrodynamik (MHD)

In diesem Kapitel möchte ich kurz die Grundlagen der Hydrodynamik und der Gleichungen, welche die Hydrodynamik um die Magnetfelder erweitern, beschreiben. Die daraus gewonnenen Gleichungen der Magnetohydrodynamik, zusammen mit der Berücksichtigung der Gravitation, bilden die Grundlage der von mir vorgestellten Simulationen.

2.1 Hydrodynamik

Die Boltzmann-Gleichung

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} - \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{x}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)_c \quad (2.1)$$

beschreibt die zeitliche Entwicklung der Verteilungsfunktion $f(\vec{x}, \vec{v}, t)$ eines Systems von Gasteilchen mit den Positionen \vec{x} und den Geschwindigkeiten \vec{v} . Dabei haben wir angenommen, dass sich die externe Kraft - wie in unserem Fall die Gravitation - als negativer Gradient eines Potentials Φ schreiben lässt. Das Potential - assoziiert mit der Eigengravitation des Systems - erfüllt die Poisson-Gleichung $\Delta \Phi = 4\pi G \rho$. Später werden wir für die Herleitung weiterer Gleichungen elastische Stöße zwischen den Gasteilchen voraussetzen. Interessieren wir uns nun nicht für das exakte Verhalten dieser Verteilungsfunktion im Phasenraum, sondern nur für globale Größen wie beispielsweise die Geschwindigkeitsmomente¹ niedrigster Ordnung dieser Verteilung in Ort und Zeit, so erhalten wir folgende Gleichungen für

- die Massenerhaltung

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{v}, \quad (2.2)$$

- die Impulserhaltung

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla \Phi - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \Pi_{ij} \quad (2.3)$$

¹Verknüpft mit der Masse m , dem Impuls $m\vec{v}$ und der kinetischen Energie $m\vec{v}^2/2$.

- und die Energieerhaltung

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho}P(\nabla \cdot \vec{v}) - \nabla \cdot \vec{F}_{\text{cond}} + \frac{1}{\rho} \left(\Pi_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right). \quad (2.4)$$

Dabei bezeichnet \vec{v} die mittlere Geschwindigkeit, ρ die Dichte und P den Druck des Gases. Der Tensor Π_{ij} beschreibt die Viskosität des Mediums und die Terme F_{cond} und $\Pi_{ij}\partial v_i/\partial x_j$ bestimmen den Transport von Energie durch Wärmeleitung und Viskosität. Die totalen Ableitungen d/dt verdeutlicht, dass es sich dabei um eine *Lagrangesche* Beschreibung² handelt. Ist die mittlere freie Weglänge l der Gasteilchen deutlich kleiner als die makroskopische Längenskala L , kann von einem lokalen, thermodynamischen Gleichgewicht ausgegangen werden. Damit kann in erster Näherung $F_{\text{cond}} \approx 0$ angenommen werden. Für eine ideale Flüssigkeit können wir zusätzlich $\Pi_{ij} \approx 0$ annehmen. Unter diesen Vereinfachungen reduzieren sich die Gleichungen (2.2) bis (2.4) auf die so genannten Eulergleichungen [Shu 1992]. In Simulationen wird jedoch häufig eine so genannte *künstliche Viskosität* eingebaut. Diese erlaubt eine bessere Behandlung von Stößen. Außerdem erlaubt einem diese, das numerische Verhalten des Programms besser zu kontrollieren.

Zusätzlich zu diesen Gleichungen benötigt man noch eine weitere Bedingung, die so genannte Zustandsgleichung. Diese verknüpft die thermodynamischen Größen (P , ρ , u ...) des Mediums miteinander. Für die Problemstellung, die wir betrachten wollen, kann die Zustandsgleichung für ein ideales Gas

$$P = (\gamma - 1)\rho u \quad (2.5)$$

verwendet werden. Als Adiabatenindex γ werde ich für meine Simulationen den Wert 5/3 für ein ideales Gas verwenden.

2.2 Von Maxwell zur Magnetohydrodynamik

In diesem Abschnitt möchte ich kurz aufzeigen, wie man von den Maxwellgleichungen, die das Verhalten von elektromagnetischen Feldern beschreiben, zu den Gleichungen der idealen Magnetohydrodynamik gelangt.

2.2.1 Maxwell im Intergalaktischen Medium

Das Verhalten von elektrischen und magnetischen Feldern wird durch die vier Maxwellgleichungen

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \partial_t \vec{E} \quad (2.7)$$

²Dabei handelt es sich um eine mit dem Medium mitbewegte Beschreibung.

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho_e \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\partial_t\vec{B} \quad (2.9)$$

beschrieben. Dabei bezeichnen \vec{E} und \vec{B} das elektrische bzw. das magnetische Feld. Die Größen ρ_e und \vec{J} stehen für die Ladungs- und die Stromdichte. Hinzu kommen noch die Eigenschaften des Mediums. Um später zu den Gleichungen für die ideale Magnetohydrodynamik zu gelangen, benötigen wir davon noch das Ohmsche Gesetz

$$\vec{J} = \sigma\vec{E}, \quad (2.10)$$

wobei σ die Leitfähigkeit des Mediums ist.

Um diese allgemeinen Gleichungen etwas zu vereinfachen, kann man die besonderen Eigenschaften der gasförmigen Materie, die unser Universum ausfüllt, verwenden. Das Intra-Cluster-Medium (ICM) ist ein vollständig ionisiertes, heißes und nach außen hin neutrales Plasma. Unter diesen Voraussetzungen können folgende sich im weiteren als wichtig erweisende Annahmen gemacht werden:

- ① Da sich die Galaxienhaufen auf kosmologischen Zeitskalen entwickeln, können wir uns darauf beschränken, kleine zeitliche Variationen der Felder zu betrachten. Daher kann der Verschiebungsstrom $\partial_t\vec{E}$ gegenüber den anderen Termen in Gleichung (2.7) vernachlässigt werden. Damit erhält man $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ aus dieser Gleichung.
- ② Die Atome³ im ICM sind zwar ionisiert, aber da das Plasma neutral ist, gibt es makroskopisch keine Ladungsdichte. Somit erhalten wir $\rho_e = 0$.
- ③ Dadurch, dass das ICM ionisiert und sehr dünn⁴ ist, hat dieses Plasma eine sehr große - praktisch unendliche - Leitfähigkeit σ .

2.2.2 Wie das Magnetfeld sich ändert

In diesem Abschnitt möchte ich kurz beschreiben, wie man mit diesen Annahmen aus den Maxwellgleichungen eine Beschreibung für die Änderung des Magnetfeldes in einem mitbewegten Volumenelement erhält. Da wir den Verschiebungsstrom in Gleichung (2.7) vernachlässigen können (Annahme 1), vereinfacht sich diese Gleichung durch den Wegfall des rechten Terms zum Ampèreschen Gesetz

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{J}. \quad (2.11)$$

Im weiteren kann angenommen werden, dass die relative Driftgeschwindigkeit der Ionen und der Elektronen vernachlässigbar klein ist. Daher können wir die Gleichungen der idealen MHD

³hauptsächlich Wasserstoff und Helium

⁴Selbst im Zentrum von Galaxienhaufen ist die Dichte *nur* 10^{-3} Teilchen/cm³.

für ein einziges Medium, welches aus positiv geladenen Ionen, Elektronen und gegebenenfalls neutralem Gas besteht, verwenden, um diese astrophysikalische Problemstellung zu behandeln. Dieses Plasma ist also durch die mittlere Geschwindigkeit \vec{v} seiner Komponenten definiert. Da wir eine *Lagrangesche* Beschreibung des Systems suchen, müssen wir von dem Ohmschen Gesetz im Ruhesystem des Plasmas - gekennzeichnet durch gestrichene (') Größen -

$$\vec{J}' = \sigma \vec{E}', \quad (2.12)$$

ausgehen. Die Transformation in das Ruhesystem des Plasmas ergibt $\vec{J}' = \vec{J}$ für die Stromdichte, da hier nur Geschwindigkeitsdifferenzen eingehen. Die Lorentztransformation, spezialisiert auf den Fall $v/c \ll 1$ ergibt

$$\vec{B}' = \vec{B} \quad (2.13)$$

für das Magnetfeld und

$$\vec{E}' = \vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \quad (2.14)$$

für das elektrische Feld. Damit ergibt sich

$$\vec{J}' = \sigma \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right). \quad (2.15)$$

für das Ohmsche Gesetz im Ruhesystem des Plasmas. Bildet man nun die Rotation entsprechend dem Ampèreschen Gesetz (2.11), so erhält man den Ausdruck

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \frac{4\pi\sigma}{c} \left(\nabla \times \vec{E} + \nabla \times \left(\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right) \right), \quad (2.16)$$

den man unter Zuhilfenahme der Maxwellgleichungen (2.9) zu

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \frac{4\pi\sigma}{c^2} \left(-\partial_t \vec{B} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \right) \quad (2.17)$$

umformen kann. Nun kann man die Umformulierung $\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B}$ des doppelten Kreuzproduktes für Differentialoperatoren benutzen, und erhält den Ausdruck

$$\partial_t \vec{B} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \left(\nabla^2 \vec{B} - \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) \right) \quad (2.18)$$

für die partielle Zeitableitung des Magnetfeldes. Da wir uns für die Änderung des Magnetfeldes entlang der Flusslinien des Plasmas - *Lagrangesche* Beschreibung - interessieren, müssen wir die totale Ableitung

$$\frac{d}{dt} \vec{B} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \right) \vec{B} \quad (2.19)$$

des Magnetfeldes berechnen. Erinnern wir uns daran, dass die Leitfähigkeit praktisch unendlich (Annahme 3) ist, so können wir den zweiten Term in Gleichung (2.18) streichen. Benutzt man nun auch noch den Entwicklungssatz $\nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) = \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \vec{B}) - \vec{B} \cdot (\nabla \cdot \vec{v})$ für das doppelte Vektorprodukt, so erhält man die gesuchte Gleichung

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{v} - \vec{B}(\nabla \cdot \vec{v}) + \vec{v}(\nabla \cdot \vec{B}), \quad (2.20)$$

welche die Änderung des magnetischen Feldes in einem mitbewegten Flüssigkeitselement - später wird dieses durch ein SPH-Teilchen repräsentiert - beschreibt [Shu 1992]. Ich habe hier den Term mit der Divergenz des Magnetfeldes noch nicht aus Gleichung (2.20) gestrichen, da ich auf diesen in der Beschreibung der numerischen Methode noch kurz eingehen will. Während der Simulationen wurde dieser Term jedoch nicht numerisch ausgewertet.

2.2.3 Zurück aufs Gas

In diesen Abschnitt möchte ich kurz zeigen, wie die Gleichungen für die Rückwirkung des Magnetfeldes auf das Plasma aussehen. Die Basis hierfür ist die *Lorentzkraft*,

$$\vec{F} = \frac{\vec{J} \times \vec{B}}{c}, \quad (2.21)$$

mit der das Magnetfeld auf das Plasma wirkt. Nun können wir \vec{J} mit Hilfe des Ampèreschen Gesetzes (2.11) ersetzen und erhalten

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi}(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B}. \quad (2.22)$$

Benutzt man nun wiederum den Entwicklungssatz für das doppelte Kreuzprodukt, so erhält man

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi}(\vec{B} \cdot \nabla)\vec{B} - \nabla \left(\frac{\vec{B}^2}{8\pi} \right). \quad (2.23)$$

als Ausdruck für die auf das Plasma wirkende, magnetische Kraft. Der erste Term auf der rechten Seite steht für die Spannung, die in den Feldlinien aufgrund ihrer Krümmung steckt, der zweite Term in dieser Gleichung repräsentiert den Beitrag des negativen Gradienten des *magnetischen Drucks* $\vec{B}^2/8\pi$ zur Lorentzkraft.

Eine sehr elegante und symmetrischere Schreibweise erhalten wir, wenn wir einen geeigneten Term proportional zu $\nabla \cdot \vec{B}$ auf der rechten Seite hinzufügen. Damit lässt sich die Lorentzkraft als

$$\vec{F}_j = \frac{\partial \mathcal{M}_{ij}}{\partial x_i} \quad (2.24)$$

schreiben, wobei der Tensor \mathcal{M}_{ij} als

$$\mathcal{M}_{ij} = \frac{1}{4\pi} \left(\vec{B}_i \vec{B}_j - \frac{1}{2} \vec{B}^2 \delta_{ij} \right) \quad (2.25)$$

definiert ist. Diese symmetrische Schreibweise der Lorentzkraft wird sich später bei der Einführung der numerischen Methode noch als nützlich erweisen.

2.2.4 Erstarrter Fluss

Die im vorigen Abschnitt gewonnenen Gleichungen der idealen Magnetohydrodynamik haben auch noch eine interessante und sehr anschauliche Eigenschaft, auf die ich kurz eingehen will.

Definiert man den magnetischen Fluss Ψ durch eine geschlossene Fläche A ,

$$\Psi \equiv \int_A \vec{B} \cdot \hat{n} dA, \quad (2.26)$$

so lässt sich zeigen, dass diese Größe konstant mit der Zeit ist $d\Psi/dt = 0$. Dabei ist \hat{n} der Einheitsvektor senkrecht zum Flächenelement dA . Anders ausgedrückt, sorgt die praktisch unendliche Leitfähigkeit dafür, dass bei jeder Verbiegung der Feldlinien ein Strom induziert wird, der dieser Veränderung instantan entgegenwirkt. Dieses Ergebnis der Bindung des magnetischen Flusses ans Plasma bezeichnet man als *eingefrorenes Magnetfeld* [Shu 1992].

Kapitel 3

Die numerische Methode

Dieses Kapitel beschreibt die Techniken, mit denen die Simulationen durchgeführt wurden. Dabei werden die Methoden der numerischen Behandlung der Gravitation, der Hydrodynamik und der Magnetfelder beschrieben. Wichtig in diesem Zusammenhang ist auch, in welcher Weise die Kosmologie in den Simulationen berücksichtigt werden kann. Auch wodurch die numerische Auflösung in derartigen Simulationen gegeben ist, möchte ich kurz beschreiben, da dies zur Interpretation der Ergebnisse notwendig ist. Das Gas in derartigen Simulationen wird normalerweise adiabatisch behandelt. Am Ende dieses Kapitels möchte ich kurz die Möglichkeiten zeigen, wie diese Näherung in meinen Simulationen fallengelassen werden kann.

3.1 Die Gravitationswechselwirkung

Gravitation ist eine Wechselwirkung mit unendlicher Reichweite. In einer Menge von N Teilchen müssten die Kräfte zwischen allen $N(N-1)/2$ Teilchenpaaren aufsummiert werden. Deswegen ist es numerisch sehr aufwendig, sie für hohe Teilchenzahlen zu berechnen. Auch mit heutigen High-End-Workstations wären Simulationen mit mehr als 10000 Teilchen unmöglich. Um dieses Problem zu lösen, gibt es mehrere Möglichkeiten. *Tree*-artige Algorithmen fassen weiter entfernt stehende Teilchengruppen zu einem entsprechend massereicheren virtuellen Teilchen zusammen. Damit steigt die Anzahl an nötigen Rechenoperationen nur noch proportional zu $N \times \log(N)$. *FFT*-artige Algorithmen - dazu gehören auch die *Particle-Mesh-Methoden* - sortieren die Teilchen in ein Gitter und lösen dann die Poissongleichung mit Hilfe der Fast-Fourier-Transformation. Der numerische Aufwand ist dabei ähnlich dem der *Tree*-Algorithmen $N \times \log(N)$. Trotzdem sind Hochleistungscomputer notwendig, um derartige Simulationen mit zufriedenstellender Auflösung rechnen zu können. Die dritte Möglichkeit, die auch ich verwendet habe, ist eine spezielle Hardware zur Beschleunigung der direkten Berechnung der Gravitationskräfte.

3.1.1 Die GRAPE-Hardware

Das GRAPE-Board (= GRAvity PipE) ist eine speziell entwickelte Hochgeschwindigkeitshardware, um das Vielteilchenproblem für Gravitation zu lösen [Sugimoto et al. 1990]. Sie kann problemlos an normale SUN-Workstations angeschlossen werden. Zuerst werden die Teilchen auf diese Hardware übertragen. Anschließend berechnet die Hardware selbständig die Gravitationskraft und das Potential an einem beliebigen Ort. Nebenbei liefert die Hardware auch noch die Liste aller Nachbarn innerhalb einer vorgegebenen Sphäre um den gewählten Ort. Die Berechnung folgt dem auf der Hardware fest verdrahteten *Plummer Gesetz*,

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_i \frac{m_i}{(|\vec{r}_a - \vec{r}_i|^2 + \epsilon_a^2)^{1.5}} (\vec{r}_a - \vec{r}_i). \quad (3.1)$$

Dabei sind m_i und \vec{r}_i die Masse und die Position der Teilchen und \vec{r}_a die Position, an der die Beschleunigung $d\vec{v}_a/dt$ berechnet werden soll. Das *Softening* ϵ_a mindert Zweikörper-Stöße, wenn sich zwei Teilchen zu nahe kommen. Dies ist wichtig, da in kosmologischen Simulationen die Masse der verwendeten Teilchen sehr viele Größenordnungen größer ist als die der Objekte, die sie repräsentieren.

Das GRAPE rechnet intern mit Festkommazahlen, d.h. es hat einen eingeschränkten dynamischen Bereich. Dies kann jedoch von der Software durch schrittweise Berechnung von Subsystemen in der Simulation gut ausgeglichen werden. Auch hier verhindert das *Softening* ϵ_a , dass aufgrund der dynamisch begrenzten Darstellung von kleinen Abständen die Kraftberechnung unsinnig wird.

Jedes GRAPE-Board besitzt 8 parallel arbeitende Prozessoren. Bis zu 5 GRAPE-Boards können parallel geschaltet werden. Somit kann bei maximalem Ausbau die Gravitation für 40 Positionen parallel berechnet werden. Am MPA bestehen zwei GRAPE-Systeme:

Ein System mit nur einem GRAPE-Board:

- 8 Prozessoren
- 131072 Teilchen
- Festkommazahlen: 20bit für Positionen, 56bit für die berechnete Kraft
- Rechenleistung: 4.8 Gflop/s
- Länge der Liste der nächsten Nachbarn (1024/8)
- Workstation: SUN SPARC 10

Ein System mit fünf GRAPE-Boards:

- 40 Prozessoren
- 131072 Teilchen

- Festkommazahlen: 20bit für Positionen, 56bit für die berechnete Kraft
- Rechenleistung: 24 Gflop/s
- Länge der Liste der nächsten Nachbarn (4096/40)
- Workstation: SUN ULTRA-SPARC 300

Dabei ist das System mit den fünf GRAPE-Boards bei einer Simulation mit 200000 Teilchen immer noch so schnell wie ein Tree-Algorithmus auf den derzeit modernsten Workstations. Die Liste der nächsten Nachbarn, die das GRAPE automatisch mitberechnet, wird sich, wie im nächsten Abschnitt gezeigt wird, noch als sehr hilfreich erweisen.

3.1.2 Die Kosmologie

Um diese Art der Kraftberechnung in einer kosmologischen Simulation verwenden zu können, müssen die kosmologischen Gleichungen adäquat einbezogen werden.

Die Hubble-Expansion, also die Ausdehnung des Raumes, wird, dem Hubble Gesetz

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m^0(1+z)^3 + (1 - \Omega_m^0 - \Omega_\lambda^0)(1+z)^2 + \Omega_\lambda^0} \quad (3.2)$$

entsprechend, als Geschwindigkeitsfeld in den Anfangsdaten berücksichtigt. Dies bedeutet, dass man ein radiales Geschwindigkeitsfeld $\vec{v}_{\text{rad}} = \vec{r}H(z)$ auf das Anfangsfeld addiert.

Um am Ende der Simulation die richtige mittlere Dichte zu bekommen, werden die Massen der Teilchen anfänglich entsprechend der zu dem Anfangszeitpunkt herrschenden Dichte

$$\Omega_m(z) = \frac{\Omega_m^0}{\frac{1}{1+z} + \Omega_m^0(1 - \frac{1}{1+z}) + \Omega_\lambda^0(\frac{1}{(1+z)^3} - \frac{1}{1+z})} \quad (3.3)$$

skaliert.

Die kosmologische Konstante Ω_λ^0 kann, entsprechend den Friedmann Gleichungen, durch Hinzufügen der zusätzlichen Kraft

$$\vec{F}_\Lambda = H_0^2 \Omega_\lambda^0 \vec{x} \quad (3.4)$$

in die Bewegungsgleichung eingeführt werden.

Weiter gehen H_0 , Ω_m^0 und Ω_λ^0 natürlich über das Leistungsspektrum der Dichtefluktuationen bei der Berechnung der Anfangsdaten und bei der Umrechnung der Rotverschiebung z in eine physikalische Zeit t ein.

3.2 Der SPH-Formalismus

Smooth-Particle-Hydrodynamics (SPH) ist eine Methode zur Behandlung von Gasen und Flüssigkeiten, bei der Testteilchen durch Sphären mit einem variablen Radius h ersetzt werden. Erstmals

wurde diese Idee von [Lucy 1977] und [Gingold & Monaghan 1977] beschrieben. Mit dieser Methode lassen sich leicht so genannte Vielteilchensimulationen, bei der für eine große Anzahl von Teilchen die Bewegungsgleichung unter ausschließlicher Berücksichtigung ihrer Eigengravitation numerisch integriert werden, mit hydrodynamischen Simulationen, bei der die Eulergleichungen für ein Medium gelöst werden, verbinden.

3.2.1 Warum SPH ?

In der Kosmologie werden hauptsächlich Vielteilchensimulationen der Dunklen Materie sehr erfolgreich verwendet, um globale Eigenschaften der großräumigen Strukturen im Universum zu beschreiben. Um detailliertere Modelle, insbesondere für die leuchtende Materie, zu bekommen, ist es notwendig, diese Art von Simulationen durch die Hydrodynamik zu erweitern, in meinem Fall sogar durch Hinzunahme der Magnetohydrodynamik. Für diese Art von Simulationen bietet der SPH-Formalismus einige Vorteile:

- SPH bietet einen sehr einfachen Formalismus, die hydrodynamischen Gleichungen in eine Vielteilchensimulation einzubauen. Dabei wird das ursprünglich punktförmige Testteilchen mittels eines Kerns (im einfachsten Fall einer Gaußverteilung) zu einer Wolke aufgeblasen. Damit wird aus den diskreten Werten an den Teilchenpositionen ein kontinuierliches, gemitteltes Feld.

⇒ Im Gegensatz zu *Particle-Mesh-Methoden* wird zur Berechnung von Ableitungen kein Gitter benötigt. Ableitungen können in SPH aus den analytischen Ableitungen des Kerns gewonnen werden.

- Die Breite des Kerns, die im Zusammenhang mit der lokalen Auflösung der Rechnung steht, kann mit der Zeit und dem Ort variiert werden.

⇒ Variiert man nun diese Breite geeignet, kann man auf natürliche Weise ein adaptives Verfahren erhalten.

Für die detaillierte Simulation der Galaxienhaufen ist es wichtig, insgesamt ein großes Gebiet zu betrachten, da die großräumigen Strukturen (wie beispielsweise Filamente) einen großen Einfluss auf die Entwicklung der Galaxienhaufen haben. Derartige große dynamische Bereiche kann man nur mit adaptiven Verfahren simulieren.

3.2.2 Die Interpolation

Starten wir hierzu von einer geglätteten physikalischen Größe A , die durch

$$\langle A(\vec{r}) \rangle = \int d^3 r' A(\vec{r}') W(\vec{r} - \vec{r}', h) \quad (3.5)$$

berechnet werden kann, wobei W eine Glättungsfunktion (Kern) und h eine typische Längenskala von W ist. Hierbei muss W zwei fundamentale Eigenschaften besitzen. Erstens muss der Kern

W - er hat die Einheit 1/Volumen - richtig normiert sein,

$$\int d^3 r' W(\vec{r} - \vec{r}', h) = 1, \quad (3.6)$$

und zweitens muss für den Übergang zu unendlich kleiner Glättungslänge in Gleichung (3.5) die ursprüngliche physikalische Größe reproduziert werden,

$$\lim_{h \rightarrow 0} (W(\vec{r} - \vec{r}', h)) = \delta(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (3.7)$$

Ist A nur an beliebigen, diskreten Stellen (z.B. Teilchenpositionen \vec{r}_i) bekannt, so kann Gleichung (3.5) durch

$$\langle A(\vec{r}) \rangle = \int d^3 r' A(\vec{r}') W(\vec{r} - \vec{r}', h) \approx \sum_i m_i \frac{A_i}{\rho(\vec{r}_i)} W(\vec{r} - \vec{r}_i, h) \quad (3.8)$$

approximiert werden. Dabei hat das Teilchen i die Masse m_i und trägt den Wert A_i . Die Größe $m_i/\rho(\vec{r}_i)$ entspricht dem Volumen, dass von dem Teilchen i ausgefüllt wird. Anders als bei anderen hydrodynamischen Verfahren ist die Dichte $\rho(\vec{r}_i)$ an der Position \vec{r}_i des Teilchens keine hydrodynamische Variable, sondern kann, nach Einsetzen in Gleichung (3.8), als

$$\langle \rho(\vec{r}_j) \rangle = \sum_i m_i W(\vec{r}_j - \vec{r}_i, h) \quad (3.9)$$

aufgrund der Positionen und Massen der Teilchen berechnet werden.

Somit liefert (3.8) einen Formalismus zur Interpolation einer beliebigen geglätteten physikalischen Größe $\langle A(r) \rangle$ aus einer beliebigen räumlichen Verteilung \vec{r}_i von N Teilchen, von denen jedes den Wert für $A(\vec{r}_i)$ an seinem Ort trägt.

3.2.3 Der Kern

Jeder Kern, der die beiden genannten Bedingungen (3.6) und (3.7) erfüllt, ist zulässig. Um später die physikalischen Gleichungen besser verstehen zu können, ist es oft sinnvoll, sich eine Gaußfunktion (hier eindimensional)

$$W(x, h) = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} e^{-(x^2/h^2)} \quad (3.10)$$

für den Kern W vorzustellen. Für die Berechnungen am Computer ist es jedoch vorteilhaft, einen so genannten kompakten Kern zu benutzen. Kompakte Kerne sind Funktionen, die bei endlichem Radius den Wert Null annehmen. Oft wird hierfür der so genannte B_2 -Spline-Kern ([Monaghan 1985]) verwendet. Dieser Kern ist für $r > 2h$ exakt Null, und die zweite Ableitung ist stetig. Er besteht aus aneinander gefügten, kubischen Funktionen

$$W(\vec{r}, h) = \frac{\sigma}{h^\nu} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq \frac{r}{h} \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2 - q)^3 & 1 \leq \frac{r}{h} \leq 2 \\ 0 & 2 \leq \frac{r}{h} \end{cases}, \quad (3.11)$$

wobei ν die Anzahl der Dimensionen ist. q ist die Entfernung in Einheiten der Glättungslänge, $q = r/h$, und die Normierung kann abhängig von der Dimension ν als

$$\sigma = \begin{cases} \frac{2}{3} & \nu = 1 \\ \frac{10}{7\pi} & \nu = 2 \\ \frac{1}{\pi} & \nu = 3 \end{cases} \quad (3.12)$$

berechnet werden. Da dieser Kern für $q > 2$ verschwindet, ist es nicht länger notwendig, über alle Teilchen i der Simulation zu summieren. Es reicht, über alle Teilchen b innerhalb einer Sphäre von $2h$ (alle nächsten Nachbarn) zu summieren. Damit reduziert sich Gleichung (3.8) zu

$$\langle A(\vec{r}) \rangle = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho(\vec{r}_b)} W(\vec{r} - \vec{r}_b, h). \quad (3.13)$$

3.2.4 Ableitungen

Interessant ist nun, auf welche Art sich Differentialoperatoren in diesem Formalismus darstellen lassen. Hierzu betrachten wir als Beispiel $\nabla \langle A(\vec{r}) \rangle$. Eingesetzt in (3.13) und unter Berücksichtigung, dass ∇ in dieser Gleichung bezüglich r gemeint ist, erhalten wir

$$\nabla \langle A(\vec{r}) \rangle = \sum_b m_b \frac{A_b}{\rho(\vec{r}_b)} \nabla W(\vec{r} - \vec{r}_b, h). \quad (3.14)$$

Dies bedeutet, dass jede Ableitung analog zu (3.13) als Summe über alle Nachbarn geschrieben werden kann, wobei nur der Kern durch die Ableitung des Kerns ersetzt wird. Da der Kern eine wohlbekannte analytische Funktion ist, kann diese Ableitung des Kerns leicht bestimmt und in das Programm implementiert werden.

Wie sich zeigt, ist es häufig sinnvoll, die Produktregel $\nabla(\rho A) = \rho \nabla A + A \nabla \rho$ für Differentialoperatoren in der eher ungewohnten Form

$$\rho \nabla A = \nabla(\rho A) - A \nabla \rho \quad (3.15)$$

zu verwenden. Auch sind wir in der Regel an Ableitungen von physikalischen Größen am Ort \vec{r}_a eines Teilchens interessiert. Deswegen ersetzen wir \vec{r} durch \vec{r}_a . Dabei operieren nun alle Ableitungen bezüglich \vec{r}_a , was ich durch die Schreibweise ∇_a hervorheben will. Somit lässt sich Gleichung (3.15) als $\rho_a (\nabla A)_a = (\nabla(\rho A))_a - A_a (\nabla \rho)_a$ schreiben. Nun können wir auf der linken Seite die Ableitungen entsprechend Gleichung (3.14) ersetzen und erhalten

$$\begin{aligned} (\nabla \vec{A})_a &= \frac{1}{\rho_a} \left[\sum_b \vec{A}_b m_b \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h) - \vec{A}_a \sum_b m_b \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h) \right] \\ &= \frac{1}{\rho_a} \sum_b (\vec{A}_b - \vec{A}_a) m_b \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Wie aus der letzten Gleichung gut zu erkennen ist, stehen nun in der Summation immer die Differenzen von Größen zwischen Teilchenpaaren. Dies hat insbesondere die Eigenschaft, dass ein Teilchen i immer dieselbe Wirkung auf das Teilchen j hat wie das Teilchen j auf das Teilchen i . Damit werden alle Erhaltungssätze immer automatisch bis auf Maschinengenauigkeit erfüllt.

3.2.5 Auflösung

Ein weiterer Vorteil von SPH ist, dass die Glättungslänge h sowohl mit dem Ort als auch mit der Zeit variiert werden kann. h bestimmt die Anzahl der Nachbarn und damit die Auflösung, mit der eine bestimmte Größe berechnet wird. Es gibt einige Möglichkeiten, h sinnvoll zu wählen. Beispielsweise kann h für jedes Teilchen so gewählt werden, dass dieses jederzeit die gleiche, festgelegte Anzahl von nächsten Nachbarn besitzt. Dadurch kann es passieren, dass ein entfernt vorbei fliegendes Teilchen eine Gruppe von Teilchen beeinflusst, nur weil diese aus weniger Teilchen als die festgelegte Anzahl von Nachbarn besteht. Deswegen hat in meinen Simulationen jedes Teilchen eine eigene Glättungslänge h_a , welche entsprechend

$$h_a \propto 1 / \langle \rho(\vec{r}_a) \rangle^{1/\nu} \quad (3.17)$$

gewählt wurde. Somit nimmt jedes Teilchen sein durch die Dichte charakterisiertes Volumen ein. Die Entwicklung von h_a während einer Simulation ist durch

$$\frac{dh_a}{dt} = - \left(\frac{h_a}{\nu \rho(\vec{r}_a)} \right) \frac{d\rho(\vec{r}_a)}{dt} \quad (3.18)$$

an die Dichte $\rho(\vec{r}_a)$ gekoppelt. In der Regel bewegt sich die Anzahl der Nachbarn um 80. Eingegriffen wird, wenn die Anzahl 30 unter- oder 150 überschreitet. Beide Verfahren, sowohl das, das ich verwende, als auch das mit fester Anzahl an Nachbarn, werden häufig benutzt. Welches der beiden bessere numerische Eigenschaften hat, ist nicht geklärt und hängt ein wenig vom betrachteten Problem ab. Allerdings sind die Unterschiede, die sich hieraus ergeben, meist sehr klein. Die Variation der Glättungslänge über den Ort und die Zeit verleiht SPH ein natürliches, adaptives Verhalten. Dies bedeutet, dass die Ortsauflösung an den Stellen höher ist, an denen eine höhere Dichte herrscht.

Da nun jedes Teilchen seine eigene Glättungslänge h_a besitzt, und somit $W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_a)$ und $W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_b)$ nicht mehr identisch sind, entfällt der oben genannte Vorteil, dass ein Teilchen a immer dieselbe Wirkung auf ein Teilchen b hat wie das Teilchen b auf das Teilchen a . Um dies wieder zu gewährleisten, führt man die so genannte Symmetrisierung des Kerns ein. Prinzipiell gibt es zwei Möglichkeiten, den Kern zu symmetrisieren. Die erste ist, h_{ab} als *Mittel* von h_a und h_b zu verwenden, wobei mit *Mittel* nicht notwendigerweise das arithmetische Mittel gemeint ist. In der Literatur werden auch das geometrische Mittel oder sogar $\max(h_a, h_b)$ und vieles mehr diskutiert. Somit wird der in (3.16) verwendete Kern zu $W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_{ab}) = W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_{ba})$, und die Einhaltung der Erhaltungssätze ist wieder gewährleistet. Die zweite Möglichkeit, den Kern zu symmetrisieren, besteht darin das *Mittel* der zwei Kerne selbst zu bilden. Auch hier gibt es wieder viele Methoden, das *Mittel* zu bilden. Ich verwende die zweite Möglichkeit und symmetrisiere den Kern

$$W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_a, h_b) = \frac{1}{2} (W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_a) + W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_b)) \quad (3.19)$$

durch arithmetisches Mitteln beider Kerne.

3.2.6 Künstliche Viskosität

Ein Nachteil an SPH ist, dass diese Methode eine sehr große numerische Viskosität besitzt. Diese äußert sich unter anderem darin, dass Stoßwellen nicht besonders gut aufgelöst werden. Um dies zu kompensieren, führt man eine künstliche Viskosität (*Artificial Viscosity*) Π ein, die ich später noch etwas detaillierter beschreiben werde.

Die hydrodynamischen Gleichungen (2.3) und (2.4) können nun mittels dieses SPH-Formalismus vereinfacht werden. Die Impulsgleichung bekommt dann die Form

$$\frac{d\vec{v}_a}{dt} = - \sum_b m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_a, h_b), \quad (3.20)$$

während sich die Gleichung für die innere Energie u als

$$\frac{du_a}{dt} = \frac{1}{2} \sum_b m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_a, h_b) \quad (3.21)$$

schreiben lässt. Der Druck P kann aus der idealen Gasgleichung als $P_i = (\gamma - 1)u_i\rho_i$ berechnet werden, wobei ich einen Adiabaten-Index von $\gamma = 5/3$ verwende. Der Tensor Π_{ab} für die künstliche Viskosität wurde in SPH erstmals von [Monaghan & Gingold 1983] eingeführt. Er enthält eine *Bulk-Viskosität* und einen *von-Neumann-Richtmeyer-Term*, um Stöße richtig zu beschreiben und Oszillationen hinter dem Stoß zu unterdrücken. Er kann als

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} \frac{-\alpha c_{ab}\mu_{ab} + \beta\mu_{ab}^2}{\rho_{ab}} & (\vec{r}_a - \vec{r}_b) \cdot (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \leq 0, \\ 0 & \text{anderenfalls} \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\mu_{ab} = \frac{h_{ab}\vec{v}_{ab} \cdot \vec{r}_{ab}}{\vec{r}_{ab}^2 + \eta^2} \quad (3.23)$$

geschrieben werden, wobei c_{ab} , h_{ab} und ρ_{ab} die arithmetischen Mittel der Schallgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}, \quad (3.24)$$

der Kernbreite h und der Dichte ρ der Teilchen a und b sind. Der Parameter $\eta \approx 0.1h$ verhindert, dass der Viskositätstensor Π_{ab} singulär wird, wenn sich zwei Teilchen sehr nahe kommen. Die Viskosität ist exakt Null, wenn $(\vec{r}_a - \vec{r}_b) \cdot (\vec{v}_a - \vec{v}_b) > 0$ - das SPH-Äquivalent zu $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} > 0$ - ist, d.h. wenn es sich um eine reine Scherströmung handelt. Die Parameter α und β sind frei. Sinnvolle Werte sind $\alpha = 0.75$ und $\beta = 1.5$ [Monaghan 1992].

Um das Problem des Drehmomenttransportes in Akkretionsscheiben bei kleinen Teilchenzahlen zu beheben, kann dieser Viskositätstensor, wie von [Balsara 1995] und [Steinmetz 1996] beschrieben, durch

$$\bar{\Pi}_{ab} = 0.5\Pi_{ab}(f_a + f_b) \quad (3.25)$$

$$f_i = \frac{|\langle \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \rangle_i|}{|\langle \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \rangle_i| + |\langle \vec{\nabla} \times \vec{v} \rangle_i| + 0.0001c_i/h_i} \quad (3.26)$$

ersetzt werden. Der Term $0.0001c_i/h_i$ verhindert, dass die Viskosität eine Singularität bekommt.

3.3 Magneto-Hydro-Dynamik (MHD)

Ähnlich einfach lassen sich auch die Gleichungen der Magnetohydrodynamik im SPH-Formalismus ausdrücken. So kann die Induktionsgleichung (2.20) als

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{B}_{a,j}}{dt} &= \frac{1}{\rho_a} \sum_b m_b \left(\vec{B}_{a,j}(\vec{v}_a - \vec{v}_b) - \vec{B}_a(\vec{v}_a - \vec{v}_b), j \right) \\ &\times \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_a, h_b) \end{aligned} \quad (3.27)$$

geschrieben werden. Dabei ist der $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$ -Term aus Gleichung (2.20) schon weggelassen worden. Alle Tests, die ich durchgeführt habe, zeigten immer ein schlechteres Ergebnis, wenn in dieser Gleichung dieser Term nicht auf Null gesetzt wurde.

Das SPH-Äquivalent der *Lorentzkraft* (2.23) kann als

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}_a}{dt} &= \sum_b \frac{m_b}{4\pi} \left(\begin{aligned} &\vec{B}_{a,2}(\vec{B}_{b,2}\nabla_{a,1} - \vec{B}_{b,1}\nabla_{a,2}) + \vec{B}_{a,3}(\vec{B}_{b,3}\nabla_{a,1} - \vec{B}_{b,1}\nabla_{a,3}) \\ &\vec{B}_{a,3}(\vec{B}_{b,3}\nabla_{a,2} - \vec{B}_{b,2}\nabla_{a,3}) + \vec{B}_{a,1}(\vec{B}_{b,1}\nabla_{a,2} - \vec{B}_{b,2}\nabla_{a,1}) \\ &\vec{B}_{a,1}(\vec{B}_{b,1}\nabla_{a,3} - \vec{B}_{b,3}\nabla_{a,1}) + \vec{B}_{a,2}(\vec{B}_{b,2}\nabla_{a,3} - \vec{B}_{b,3}\nabla_{a,2}) \end{aligned} \right) \\ &\times W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_a, h_b) \end{aligned} \quad (3.28)$$

geschrieben werden. Alternativ ist Gleichung (2.24) in SPH-Notation

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}_a}{dt} &= \sum_b m_b \left[\left(\frac{\mathcal{M}}{\rho^2} \right)_a + \left(\frac{\mathcal{M}}{\rho^2} \right)_b \right] \\ &\times \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h_a, h_b) . \end{aligned} \quad (3.29)$$

In diesen Gleichungen bedeuten durch Komma getrennte Indizes j die j -te Komponente eines Vektors. Zu beachten ist auch, dass $\nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h)$ ein Vektor ist, was zu einem Skalarprodukt in den Gleichungen (3.27) und (3.28) führt. In Gleichung (3.29) bedeutet dies sogar eine Matrixmultiplikation mit \mathcal{M} . Die beiden Gleichungen (3.28) und (3.29) sind physikalisch äquivalent, jedoch enthält Gleichung (3.29) einen $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$ -Term und verhält sich deswegen numerisch unterschiedlich.

3.4 Kühlung

Kühlung ist eines der größten Probleme in den kosmologischen Simulationen. Normalerweise betrachtet man das Gas als adiabatisch. In Wirklichkeit müsste man aber das Kühlen des Gases miteinbeziehen. Das Problem dabei ist, dass unter den gegebenen Bedingungen das Gas viel zu schnell kühlen und dabei in sehr dichten Gebieten kondensieren würde. Diese so genannte Kühlkatastrophe wird jedoch nicht beobachtet. Dies bedeutet, dass das Gas durch bis jetzt unbekannte physikalische Abläufe geheizt wird. Eine oft diskutierte Möglichkeit, den Kollaps des kalten Gases zu verhindern, ist eine nichtthermische Druckkomponente, beispielsweise hervorgerufen durch Magnetfelder. Im Programm ist es möglich, für das aus 6 Teilchenarten (H, H⁺, He, He⁺, He⁺⁺,

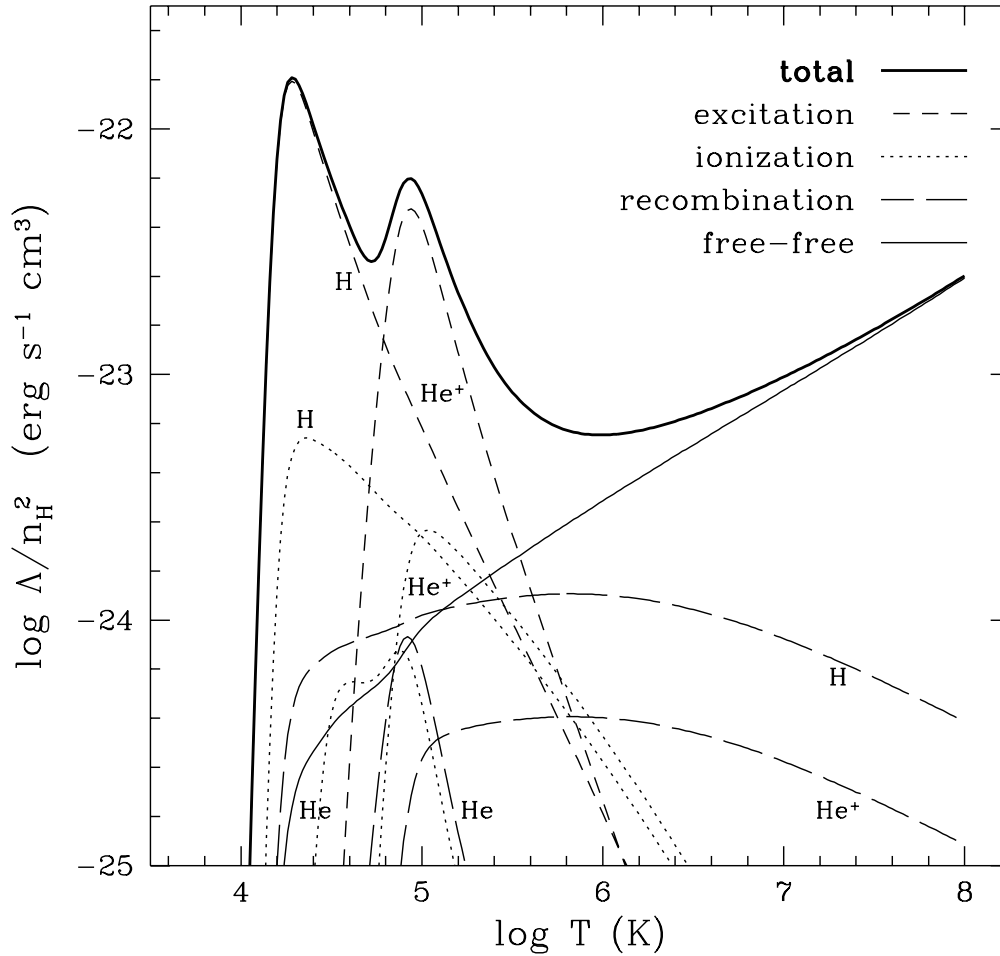


Abbildung 3.1: Kühlraten aus [Weinberg et al. 1997] als Funktion der Temperatur für ein Gas mit primordialer Zusammensetzung. Die dicke Linie stellt die Summe aller Kühlraten dar. Die Kühlung wird für hohe Temperaturen durch Bremsstrahlung (dünne, durchgezogene Linie) dominiert, während für tiefere Temperaturen ein Prozess von Ionisation durch Kollision der Gasteilchen und anschließender Rekombination (Strichpunkt-Linie) den entscheidenden Beitrag liefert. Rekombination (lange gestrichelte Linie) und Reionisation durch Stöße (gestrichelte Linie) liefern keine nennenswerten Beiträge.

e^-) bestehende Gas die Kühlraten und Ionisationen über einen Nicht-Gleichgewichtssolver, beschrieben in [Cen & Ostriker 1992] und [Weinberg et al. 1997], zu berechnen. Abbildung 3.1 stellt die entsprechende Kühlfunktion dar. Zusätzlich lässt das Programm auch die Verwendung einer Heizung durch den UV-Hintergrund entsprechend [Haardt & Madau 1996] zu. Dieser entsteht bei Rotverschiebungen von $z \approx 2 - 4$ durch Quasare und Sternentstehung in Galaxien. Dies kann jedoch nur das weitere Kühlen unterhalb von $\approx 5 \times 10^5 \text{ K}$ verhindern und hat damit kaum einen Einfluss auf Objekte wie Galaxienhaufen. Für die meisten Rechnungen ist das Kühlen ausgeschaltet.

3.5 Zusammenfassung

Zusammenfassend sind noch einmal alle Gleichungen aufgeführt, die während einer Simulation berücksichtigt werden:

- Bewegungsgleichung:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\vec{v}_a}{dt} = & - \sum_b m_b \left(\frac{P_b}{\rho_b^2} + \frac{P_a}{\rho_a^2} + \Pi_{ab} \right) \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h) \\
 & + \sum_b m_b \left[\left(\frac{\mathcal{M}_{ij}}{\rho^2} \right)_a + \left(\frac{\mathcal{M}_{ij}}{\rho^2} \right)_b \right] \nabla_{a,j} W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h) \\
 & - \sum_i \frac{m_i}{(|\vec{r}_a - \vec{r}_i|^2 + \epsilon_a^2)^{1.5}} (\vec{r}_a - \vec{r}_i) \\
 & + \Omega_\Lambda^0 H_0^2 \vec{r}_a
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

- Energieerhaltung:

$$\frac{du_a}{dt} = \frac{1}{2} \sum_b m_b \left(\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{1}{2} \Pi_{ab} \right) (\vec{v}_a - \vec{v}_b) \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h) \tag{3.31}$$

- Zustandsgleichung für ein ideales Gas:

$$P_i = (\gamma - 1) u_i \rho_i. \tag{3.32}$$

- Induktionsgleichung für das Magnetfeld:

$$\frac{d\vec{B}_{a,j}}{dt} = \frac{1}{\rho_a} \sum_b m_b (\vec{B}_{a,j} \vec{v}_{ab} - \vec{v}_{ab,j} \vec{B}_a) \nabla_a W(\vec{r}_b - \vec{r}_a, h) \tag{3.33}$$

- Kühlung:

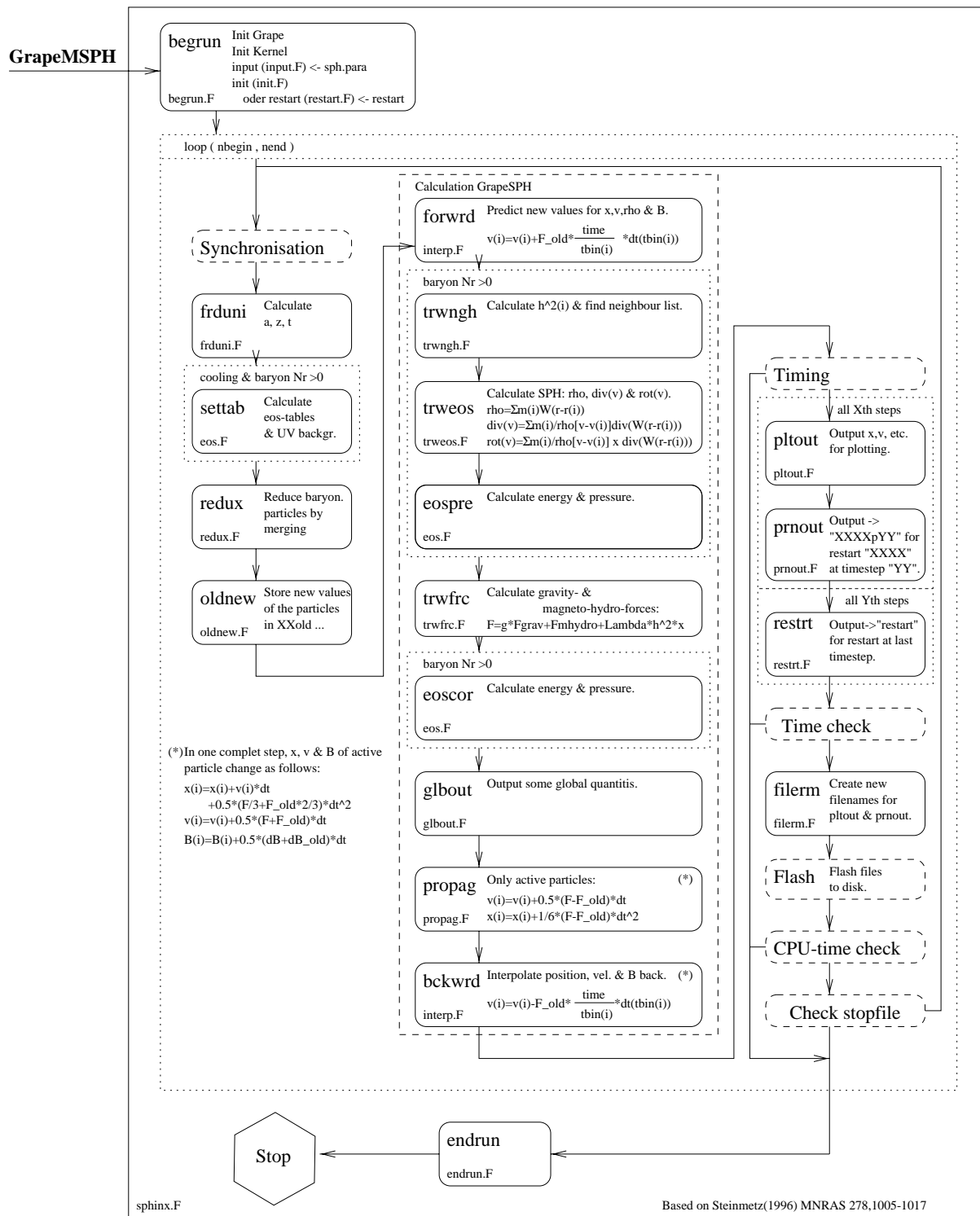
Kühlraten und Ionisationen über einen Nicht-Gleichgewichtssolver für die 6 Spezies H , H^+ , He , He^+ , He^{++} , e^- .

- Heizung:

UV-Hintergrund

- Integration der Teilchenpositionen, der inneren Energie und der Magnetfelder mittels eines *Predictor-Corrector*-Verfahrens. Dieses Verfahren verwendet zusätzlich individuelle Zeitschritte für jedes Teilchen in der Simulation. Damit kann in Gebieten von hoher Dichte mit einem kleinerem Zeitschritt gearbeitet werden, ohne damit zwangsweise die ganze Simulation mit diesem kleinen Zeitschritt berechnen zu müssen.

Abbildung 3.2 verdeutlicht, in welcher Reihenfolge das Simulationsprogramm **GrapeMSPH** die einzelnen Schritte abarbeitet.

Abbildung 3.2: Schematischer Ablaufplan des Simulationsprogramms **GrapeMSPH**

Kapitel 4

Das Programm unter der Lupe

Den Hauptteil des verwendeten Programms konnte ich aus dem Simulationsprogramm **GrappleSPH** von M. Steinmetz übernehmen. Dies hatte den Vorteil, dass dieses Programm bereits ausführlich getestet wurde, und schon einige Problemstellungen zufriedenstellend damit gelöst wurden. Die Überprüfung, dass die hinzugefügten Teile zur Behandlung des Magnetfeldes ordnungsgemäß funktionieren und auch nicht andere Teile des Programms beeinflussen, ist auf mehrere Weisen geschehen. Dafür wurden sowohl Probleme, die den ursprünglichen Teil des Programms, wie auch Probleme, die den neu hinzugekommenen Teil des Programms überprüfen, gerechnet. Weiter werden während einer Simulation selbst noch einige Werte, wie beispielsweise die Divergenz des Magnetfeldes, verfolgt und auf ihre Plausibilität geprüft.

4.1 Rechnen, was andere schon längst gerechnet haben

Für die Prüfung von numerischen Verfahren der Hydrodynamik gibt es einige, oft benutzte Beispiele. Die meisten sind jedoch auf Methoden für sehr spezialisierte Problemstellungen hin ausgerichtet. Auf zwei etwas allgemeinere Testprobleme will ich auch näher eingehen. Für dreidimensionale Magneto hydrodynamik gibt es leider keine allgemein verwendeten Problemstellungen. Deswegen kann ich nur einen Vergleich mit einem eindimensionalen magneto hydrodynamischen Testproblem zeigen. Darüberhinaus wurden von mir natürlich einige weitere, kleinere Tests mit dem Simulationsprogramm durchlaufen, und die Ergebnisse auf ihre Plausibilität geprüft.

Für die Testrechnungen ist es notwendig, Gebiete mit verschiedenen Dichten in den Anfangsbedingungen zu repräsentieren. Hierfür gibt es in SPH meist zwei Möglichkeiten. Die erste ist, den SPH-Teilchen in den unterschiedlichen Gebieten verschiedene Massen zu geben. Damit ist die Auflösung in beiden Gebieten gleich, doch das Ergebnis ist meist etwas schlechter, da sich Gebiete mit Gasteilchen unterschiedlicher Massen während der Simulation vermischen. Die zweite Möglichkeit ist, den Teilchen gleiche Massen zu geben und die unterschiedliche Dichte durch die Anzahl der Teilchen pro Volumeneinheit zu repräsentieren. Dies hat den Nachteil, dass die räumliche Auflösung in dem Gebiet mit niedriger Dichte geringer ist. Deswegen ist

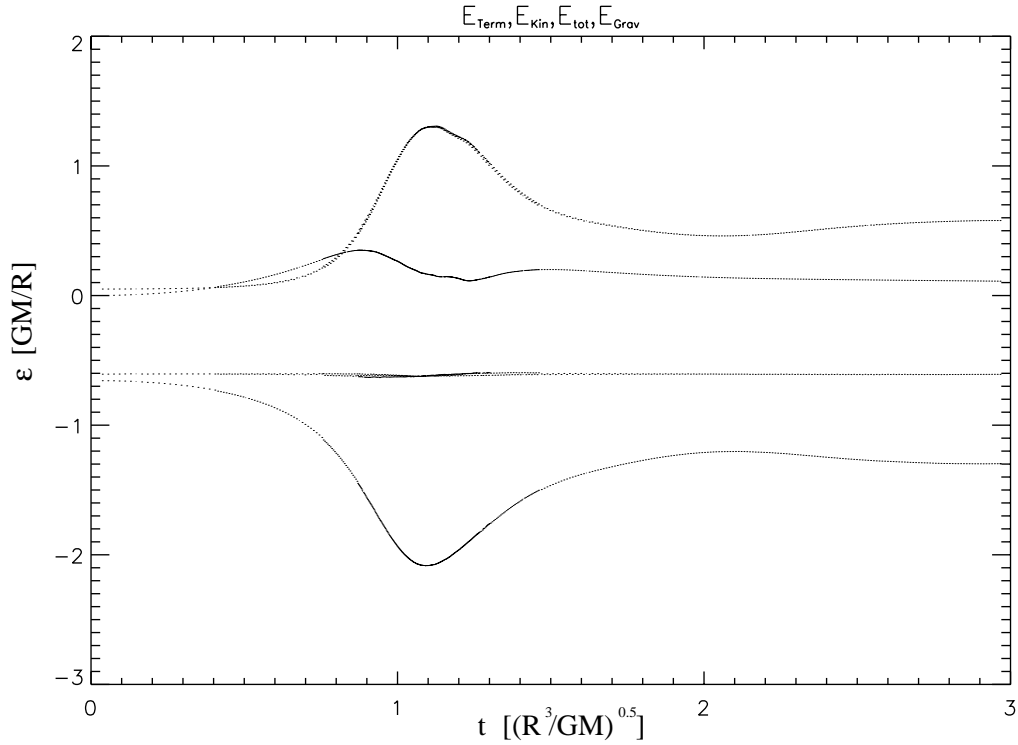


Abbildung 4.1: Dargestellt ist - von oben nach unten - die zeitliche Entwicklung der thermischen, kinetischen, totalen und Gravitationsenergie während eines adiabatischen Kollaps einer anfänglich isothermen Gaskugel.

häufig ein Eins-zu-Eins-Vergleich mit anderen Methoden nicht ohne weiteres möglich. Bei den eindimensionalen Rechnungen ist ferner zu bedenken, dass auch für diese Tests das Originalprogramm verwendet wurde. Es wurde lediglich ein Schalter eingebaut, der die Normierung des Kerns entsprechend der verwendeten Dimensionalität richtig berechnet. Für derartige Tests ist also zu erwarten, dass ein auf das entsprechende Problem spezialisiertes SPH-Programm noch bessere Ergebnisse liefern würde.

4.1.1 Isoliert kollabiert

Ein Test für ein SPH-Programm ist beispielsweise der adiabatische Kollaps einer isothermen Gaskugel unter ihrer Eigengravitation. Für eine Gaskugel mit dem Radius R und der Masse M können die Zeit und die Energie in der natürlichen Weise in Einheiten von $t^* = (R^3/GM)^{1/2}$ und $\epsilon^* = GM/R$ angegeben werden. Die anfängliche Dichteverteilung folgt

$$\rho(r) = \frac{M}{2\pi R^2} \frac{1}{r} \quad (4.1)$$

und die innere Energie des Gases kann beispielsweise auf $u = 0.05GM/R$ festgelegt werden. Diese anfängliche Dichteverteilung kann man erhalten, indem man Teilchen mit identischen Massen

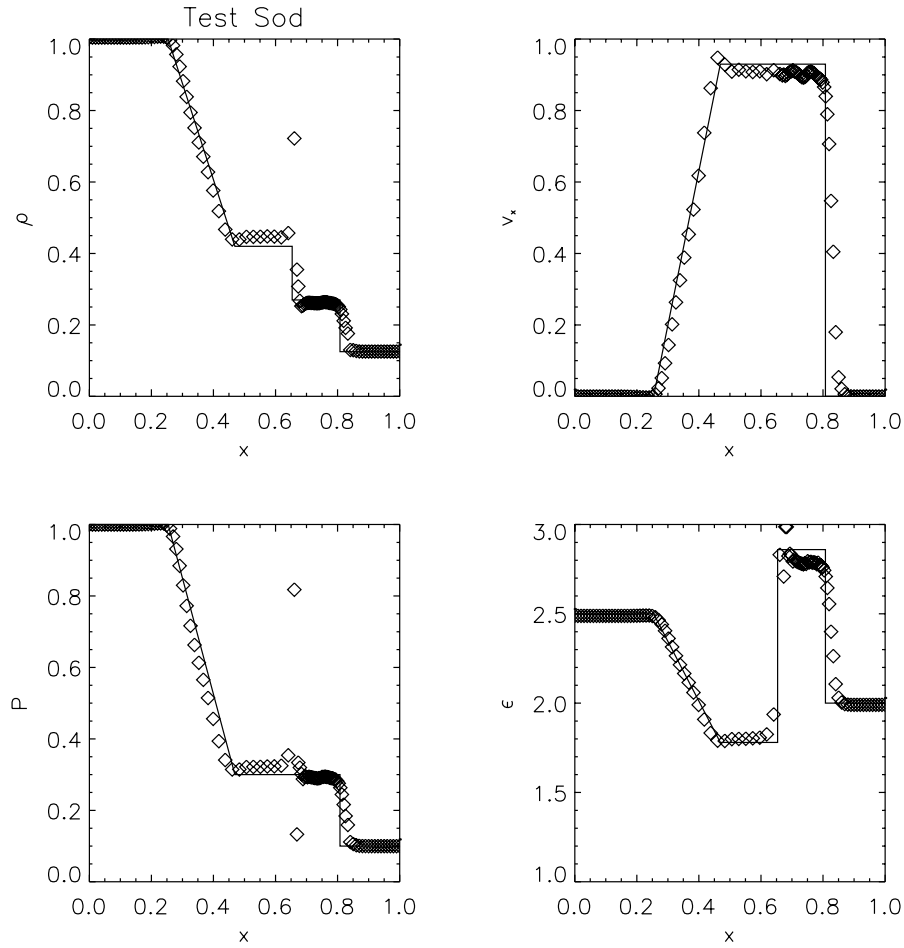


Abbildung 4.2: Die Abbildung zeigt das eindimensionale Testproblem eines propagierenden Schocks. Dargestellt sind als Funktion des Ortes am Ende der Simulation die Dichte (links oben), die Geschwindigkeit (rechts oben), der Druck (links unten) und die innere Energie ϵ (rechts unten). Die durchgezogenen Linien stellen jeweils die analytischen Lösungen dar.

auf ein äquidistantes Gitter \vec{x} setzt und anschließend das Gitter entsprechend

$$\vec{x}_i^* = \vec{x}_i \cdot \left(\frac{\vec{r}}{R} \right)^{0.5} \quad (4.2)$$

verzerrt. Dieser Test wird ausführlich in [Steinmetz & Müller 1993] diskutiert. Abbildung 4.1 zeigt die Ergebnisse zu den Energiebeiträgen in meiner Testrechnung. Diese sind in guter Übereinstimmung mit den in der Literatur veröffentlichten Ergebnissen für SPH-Methoden und liegen nahe an den Ergebnissen anderer hydrodynamischen Methoden.

4.1.2 Ein Rohr, ein Schock, ein Test

Ein weiterer, oft benutzter Test für hydrodynamische Verfahren ist die Betrachtung eines eindimensionalen Schocks. In [Sod 1978] werden die Lösungen von mehreren numerischen Algorithmen

men zur Behandlung dieser Problemstellung verglichen. Dazu wird das Rechengebiet in zwei Hälften aufgeteilt, wobei die eine Seite eine hohe Dichte ρ_1 und einen hohen Druck P_1 hat, während die andere Seite eine niedrigere Dichte $\rho_2 = 0.125\rho_1$ und einen niedrigeren Druck $P_2 = 0.1P_1$ hat. Beide Seiten ruhen anfangs, $v_1 = v_2 = 0$, und als Adiabatenindex γ wird 1.4 verwendet. Abbildung 4.2 zeigt die Ergebnisse des von mir verwendeten Simulationsprogramms für eine derartige Anfangskonfiguration. Gut zu sehen ist, dass die Ergebnisse hervorragend mit den theoretischen Erwartungen übereinstimmen. Lediglich an dem Berührungspunkt der beiden Gebiete ist ein leichter Überschwinger in der Dichte und im Druck zu beobachten. Der leichte Unterschied im Druck links und rechts von diesem Punkt hat seinen Ursprung in der Verwendung von unterschiedlichen Teilchenmassen in diesem Test. Werden stattdessen gleichschwere Teilchen verwendet, verschwindet diese numerische Ungenauigkeit. Dann jedoch ist die räumliche Auflösung in dem Gebiet mit der niedrigen Dichte nur noch 1/8-tel derer in dichterem Gebiet. Damit wird dann die zweite *Dichtestufe* im weniger dichten Gebiet nicht mehr so gut aufgelöst.

4.1.3 Ein Rohr, ein Schock, ein Magnetfeld, ein weiterer Test

Ein interessantes Problem für MHD-Programme ist der eindimensionale, magnetische Schock. Analog zum vorigen Testproblem wird das Rechengebiet in zwei Hälften unterteilt. Links herrschen eine Dichte von $\rho_l = 1$ und ein Druck von $P_l = 1$, während auf der rechten Seite die Dichte $\rho_r = 0.125$ und der Druck $P_r = 0.1$ beträgt. Zusätzlich ist die X-Komponente des Magnetfeldes $B_x = 1$ im gesamten Testgebiet, und die Y-Komponente des Magnetfeldes ist $(B_y)_l = 1$ auf der linken und $(B_y)_r = -1$ auf der rechten Seite. Um die Ergebnisse mit den Rechnungen aus [Brio & Wu 1988] vergleichen zu können, wird als Adiabatenindex $\gamma = 2$ verwendet. Zu beachten ist auch, dass die Magnetfeldkonfiguration eine nicht verschwindende Divergenz an der Stelle hat, an der die zwei Bereiche sich berühren. Zusätzlich tritt auch hier das Problem der Wahl der Teilchenmassen bzw. der Teilchenpositionen auf. Analog zum vorigen Abschnitt habe ich auch hier wieder gleichen Teilchenabstand und dafür eine acht mal kleinere Teilchenmasse im rechten Rechengebiet gewählt.

Abbildung 4.3 zeigt das Ergebnis für eine derartige Testrechnung. Die Rauten entsprechen dabei den SPH-Teilchen, die durchgezogene Linie habe ich aus [Brio & Wu 1988] entnommen. Deutlich zu erkennen sind alle dabei entstandenen, verschiedenen Zustände im Rechengebiet. Auch die Ausbreitung der Wellen geschieht mit der richtigen Geschwindigkeit. Die Konfiguration des Magnetfeldes im Bereich des anfänglichen Schocks führt zu einer Beschleunigung der Teilchen immer in Richtung zu dem Schock, unabhängig auf welcher Seite des Schocks sie sich befinden. Dies führt dazu, dass die Teilchen damit beginnen, um den Schock zu oszillieren. Deswegen ist den Zuständen in den einzelnen Gebieten jeweils eine nicht unwesentliche Oszillation überlagert. Der Mittelwert der Teilchen entspricht jedoch den Erwartungen recht gut. Dies ist auch ein Test für den Fall, dass die Magnetfelder das Geschehen dominieren. Er enthält einen starken Schock,

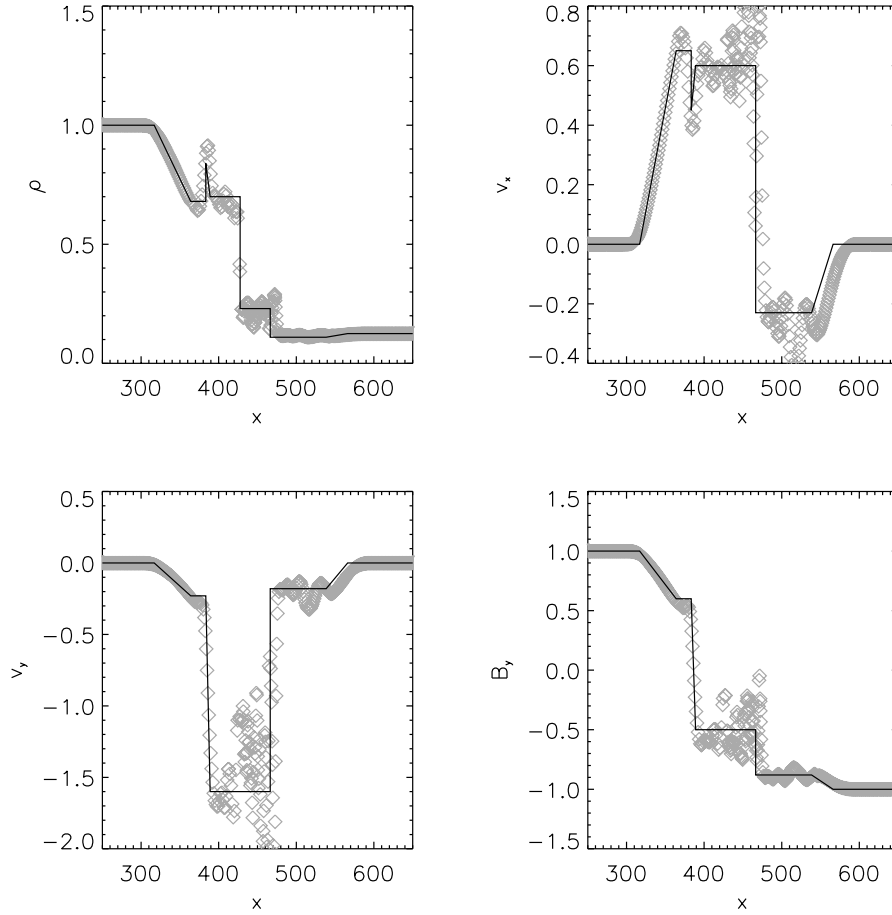


Abbildung 4.3: Dargestellt ist das Ergebnis einer Testrechnung für einen eindimensionalen, magnetischen Schock. Die grauen Rauten sind die SPH-Teilchen, die durchgezogenen Linien sind aus [Brio & Wu 1988] übernommen.

in dem die magnetisch ausgeübte Kraft dominiert. Solche Situationen treten in den späteren Simulationen jedoch nie auf, da dort hauptsächlich das Magnetfeld von den Gasströmungen mittransportiert wird. Daher sollten diese Oszillationen, die das Ergebnis beeinträchtigen, in den eigentlichen Simulationen erst gar nicht auftreten. Unter Berücksichtigung aller Umstände ist das Ergebnis dieses Tests durchaus zufriedenstellend.

4.1.4 Keine Überraschungen

Zusätzlich zu diesen Testproblemen wurden auch einige qualitative Prüfungen durchgeführt. Alle Ergebnisse dieser Tests sahen plausibel aus; auf ein paar davon möchte ich hier kurz eingehen. Einer davon war, wie dissipativ das Magnetfeld in den Simulationen ist. Hierzu habe ich auf ein sich im Gleichgewicht befindendes Objekt ein homogenes Magnetfeld gelegt und geprüft,

wie lange es stabil bleibt. Hierzu ist der Endzustand aus der Simulation für den adiabatischen Kollaps sehr gut geeignet. Das homogene Magnetfeld in der zentralen Region (unbeeinflusst von den Randbedingungen) blieb auch über 10 Kollapszeitskalen stabil. Zu Testzwecken habe ich auch einen Kollaps mit einem radialem (unphysikalischen, da $\nabla \cdot \vec{B} > 0$) Feld gerechnet. Die radiale Ausrichtung des Feldes blieb dabei stabil. Für eine weitere Prüfung wurde eine Sphäre mit homogener Dichte und homogenem Magnetfeld erzeugt. Weiter wurden sowohl die Gravitation als auch die hydrodynamischen Kraftberechnungen deaktiviert, d.h. die Teilchen wurden nur aufgrund ihrer ursprünglichen Geschwindigkeit propagiert. Diese Geschwindigkeit wurde in Richtung der X-Achse so erzeugt, dass die Sphäre zu einer Ebene kollabiert und anschließend in der entgegengesetzten Richtung wieder zu einer Sphäre expandiert. Die Teilchen hatten also nach der zweifachen Kollapszeit ihre Positionen mit den gegenüberliegenden getauscht. Das Magnetfeld wurde senkrecht zu diesem Kollaps ausgerichtet. Während des Tests wird das Magnetfeld erst durch die Kontraktion verstärkt und bei der anschließenden Expansion wieder abgeschwächt. Am Ende dieser Simulation stimmte der Wert des Magnetfeldes ziemlich genau - bis auf wenige Prozent - mit dem Wert von vorher überein.

4.2 Klein ist, was nicht sein darf

Wie in der Beschreibung des numerischen Verfahrens bereits erwähnt, fand ich bis jetzt keine Probleme mit $\nabla \cdot \vec{B}$, solange ich den numerisch nicht verschwindenden Term $\nabla \cdot \vec{B}$ in der Induktionsgleichung (2.20) vernachlässige. Die endliche Divergenz des Magnetfeldes in den Anfangsbedingungen hat zwei Quellen. Zum einen muss ein anfängliches Magnetfeld konstruiert werden, zum anderen liefern die numerischen Ableitungen des Feldes, d.h. die Interpretation des Feldes durch den SPH-Formalismus aus den diskreten Teilchenpositionen, einen Beitrag zu dem Wert von $\nabla \cdot \vec{B}$. Ersteres kann durch geschickte Bestimmung des anfänglichen Magnetfeldes minimiert werden, zweiteres drückt die Qualität der numerischen Methode aus. Hierbei ist anzumerken, dass SPH in dieser Hinsicht nicht die bestmögliche Methode ist, aber viele wesentliche Vorteile für diese Art von Simulationen besitzt. Dennoch ist die Behandlung von Magnetfeldern durch SPH durchaus brauchbar. Diese anfängliche Divergenz des Magnetfeldes wächst im Mittel während einer Simulation proportional zum Wachstum des Magnetfeldes. Tabelle 4.1 zeigt einige typische Werte hierfür.

Um die magnetische Feldstärke mit der Divergenz vergleichen zu können, müssen wir die magnetische Feldstärke durch eine typische Längenskala teilen. Beispielsweise kann hierfür die Korrelationslänge des Feldes in einem Galaxienhaufen verwendet werden. Wie später in den Ergebnissen noch detailliert gezeigt werden wird, hat diese einen Wert von $l \sim 50 - 70$ kpc in meinen Simulationen. Damit ist $B/l \sim 5 \times 10^{-30} \text{ G cm}^{-1}$ ungefähr drei Größenordnungen größer als der Median von $|\nabla \cdot \vec{B}|$. Auch kann man untersuchen, wieviele der Teilchen innerhalb eines Galaxienhaufens (definiert durch seinen Virialradius) zu den Teilchen mit den größten 10% von $\nabla \cdot \vec{B}$ gehören. Dies sind jedoch nur $\sim 3\%$. Die SPH-Methode scheint also für die Behandlung

z	$ \nabla \cdot \vec{B} _{25\%}$	$ \nabla \cdot \vec{B} _{50\%}$	$ \nabla \cdot \vec{B} _{75\%}$
	in G cm^{-1}		
1.7	$1.6 \cdot 10^{-36}$	$2.1 \cdot 10^{-35}$	$2.9 \cdot 10^{-34}$
0.9	$1.1 \cdot 10^{-35}$	$1.4 \cdot 10^{-34}$	$2.1 \cdot 10^{-33}$
0.0	$1.2 \cdot 10^{-34}$	$1.7 \cdot 10^{-33}$	$2.3 \cdot 10^{-32}$

Tabelle 4.1: Das Wachstum der Divergenz im Magnetfeld ist hier für eine repräsentative Simulation eines Galaxienhaufens dargestellt. Die Tabelle enthält die Perzentile für 25%, 50% und 75% der kumulativen Verteilung von $|\nabla \cdot \vec{B}|$ für drei verschiedene Zeiten in der Simulation. Während der Simulation wächst das Magnetfeld von $\sim 10^{-9} \text{ G}$ auf $\sim 10^{-6} \text{ G}$, während der Median (50%-Perzentil) von $\sim 2.1 \times 10^{-35} \text{ G cm}^{-1}$ auf $\sim 1.7 \times 10^{-33} \text{ G cm}^{-1}$ anwächst.

von Magnetfeldern in dieser Art von Problemen durchaus geeignet. Dies deckt sich gut mit den Aussagen Anderer in der Literatur [Monaghan 1992],[Sellingwerf & Peterkin 1990].

4.3 Limitierte Sicht der Dinge

Die Auflösung in den Simulationsrechnungen ist durch 2 Faktoren limitiert. Erstens kann das vorliegende Programm nur 131072 Gasteilchen gleichzeitig verwenden. Diese Einschränkung kommt von den Beschränkungen der GRAPE-Boards. Diese können nur eine feste Anzahl von Teilchen gleichzeitig behandeln. Dies ist keine prinzipielle Einschränkung aus der Sicht eines Programmierers, doch würde es einen sehr großen Aufwand darstellen, das vorhandene Programm umzuschreiben, um diese Begrenzung aufzuheben. Der zweite Faktor sind die Anfangsbedingungen für die Masse- und der Geschwindigkeitsverteilung entsprechen verschiedener Kosmologien. Auch hier ist der Aufwand ziemlich groß, neue Anfangsbedingungen zu erstellen. Deswegen habe ich auch hier auf vorhandene Anfangsbedingungen zurückgegriffen und diese gegebenenfalls leicht angepasst.

4.3.1 In der Regel genügsam

Die Anfangsbedingungen für die Simulation von Galaxienhaufen, die mir zur Verfügung stehen, enthalten insgesamt je ca. 50000 Teilchen. Dies ist für heutige Verhältnisse eine eher kleine Anzahl an Teilchen. Auf dem langsameren GRAPE-System benötigt eine derartige Simulation ungefähr eine Woche Rechenzeit, auf dem neueren System dagegen nur etwa ein Viertel dieser Zeit. Somit wären natürlich Simulationen mit höherer Auflösung auf dem neuen System möglich. Allerdings kann man die gewonnene Rechenzeit auch dafür benutzen, um Parameterstudien für das Magnetfeld zu betreiben. Für diese Studien habe ich ca. 100 Rechnungen durchgeführt. Dies wäre mit mehr Teilchen auf den derzeit zur Verfügung stehenden Computern nicht möglich gewesen.

Mir stehen je zehn Realisationen von Anfangsbedingungen für zwei verschiedene Kosmologien zur Verfügung. Eine der Kosmologien ist ein Einstein-de Sitter-Universum ($\Omega_m^0 = 1$,

model	H_0	Ω_m^0	Ω_λ^0	σ_8	f_{bary}	Quelle
EdS	0.5	1.0	0.0	1.2	5%	[Bartelmann & Steinmetz 1996]
FlatLow	0.7	0.3	0.7	1.05	10%	[Eke et al. 1998]

Tabelle 4.2: Diese Tabelle zeigt die verschiedenen verwendeten Kosmologien. Simulationen wurden für ein Einstein-de Sitter-Universum **EdS** und ein Universum mit niedriger Dichte aber flacher Geometrie **FlatLow** mit den oben genannten Parametern gerechnet.

$\Omega_\lambda^0 = 0$) mit einer Hubble-Konstanten von $H_0 = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Die anfänglichen Dichtefluktuationen wurden entsprechend einem COBE-normierten CDM-Leistungsspektrum normiert. Jede Realisierung besteht aus drei Klassen von Teilchen. In einem zentralen Gebiet befinden sich $\sim 50,000$ Teilchen Dunkler Materie, die nur gravitativ wechselwirken und deren Massen ca. $3.2 \times 10^{11} M_\odot$ sind. Diese sind vermischt mit der gleichen Anzahl an Gasteilchen, deren Masse allerdings nur ein Zwanzigstel davon beträgt. In dieser Region formiert sich später der Galaxienhaufen. Sie muss groß genug sein, damit keine Störungen aus den offenen Randbedingungen den sich formenden Galaxienhaufen beeinflussen. Das bedeutet, dass diese Sphäre bei einer Rotverschiebung von $z = 15$, bei der diese Anfangsdaten erzeugt wurden, einen Durchmesser von $\sim 4.5 \text{ Mpc}$ hat. Diese Region ist umgeben von ca. $\sim 20,000$ nur gravitativ wechselwirkenden Teilchen der Dunklen Materie, welche mit zunehmenden Abstand vom Zentrum stark an Masse zunehmen. So ist es möglich, die Gezeitenkräfte einer hinreichend großen, kosmologischen Umgebung¹ zu simulieren. Das hierfür nötige Volumen ist so groß, dass diese Sphäre einen Durchmesser von $\sim 20 \text{ Mpc}$ bei $z = 15$ hat. Der zweite Satz von Anfangsbedingungen sind diesen sehr ähnlich aufgebaut. Sie entsprechen einer Kosmologie mit einer Hubble-Konstanten von $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, einer mittleren Dichte von $\Omega_m^0 = 0.3$ und einer kosmologischen Konstante von $\Omega_\lambda^0 = 0.7$. Die Dichtefluktuationen sind entsprechend den Zählungen von Galaxienhaufen auf ein CDM-Spektrum normiert. Hierbei befinden sich bis zu ~ 64000 Dunkle-Materie-Teilchen mit einer Masse von $8.1 \times 10^{10} M_\odot$ in dem hochaufgelösten Gebiet. Die Gasteilchen in diesem Gebiet haben dieser Kosmologie entsprechend nur ein Zehntel dieser Masse. Die kosmologischen Parameter sind in Tabelle (4.2) noch einmal zusammengefasst.

4.3.2 Aufgebohrt und lang gerechnet

Für die Berechnung simulierter Radiohalos sind die kleinsten Strukturen im Magnetfeld wichtig. Die Auflösung, die das Magnetfeld in den Standardsimulationen hat, ist daher noch zu gering. Die Anzahl der Gasteilchen in meinen Simulationen bewegt sich zwischen 50000 und 60000. Somit ist die Verdoppelung der Teilchenzahlen in meinen Simulationen noch ohne Änderung des Simulationsprogramms möglich. Die Berechnung der Gravitation mittels der GRAPE-Hardware benötigt bei der Verdoppelung der Teilchenanzahl die vierfache Zeit, die restlichen Teile des

¹Aus aufwendigen Simulation der Entstehung von Strukturen im Universum lässt sich ablesen, ab welcher Längenskala das Universum als homogen angesehen werden kann.

Simulationsprogramms etwas mehr als die doppelte Zeit. Insgesamt benötigt eine Simulation somit ungefähr dreimal mehr Zeit.

Da mit den vorher beschriebenen Anfangsbedingungen die Struktur eines Galaxienhaufens schon recht gut aufgelöst wird, kann mit einem kleinen Trick die Auflösung der Gasteilchen verdoppelt werden. Dies macht es möglich, noch kleinere Strukturen im Magnetfeld zu verfolgen. Hierzu nimmt man das gegebene Geschwindigkeitsfeld und interpoliert die Teilchenpositionen linear rückwärts. Danach kommen die Teilchen auf einem kubischen Gitter zu liegen. Dies entspricht der umgekehrten Prozedur, wie aus dem ursprünglich kubischen Gitter, mit ausgewürfelten Geschwindigkeiten und unter Zuhilfenahme der linearen Näherung, die oben genannten Anfangsbedingungen gewonnen wurden. Auf diesem ausgerichteten Gitter können nun die Teilchen durch Besetzung der Gitterzentren verdoppelt werden. Die Geschwindigkeiten können einfach aus dem ursprünglichen Gitter linear interpoliert werden. Somit haben alle Teilchen nur noch die Hälfte ihrer Masse, und die Simulation die doppelte Auflösung. Da jedoch keine neuen Dichte-Moden hinzugefügt wurden, können keine neuen, feineren Strukturen im Galaxienhaufen auftreten. Dennoch ist dies sinnvoll, da das Magnetfeld nun mit besserer Auflösung verfolgt werden kann.

4.3.3 Ein tiefer Blick ins Innere

Im Fall von Simulationen mit Berücksichtigung von Kühlprozessen ist es erforderlich, das Zentrum des Galaxienhaufens mit noch höherer Auflösung zu betrachten. Derartige Simulationen sind jedoch durch ihren enormen Bedarf an Rechenzeit zur Zeit nicht möglich. Die Ausbildung von ausgedehnten, kühlen Gebieten in Galaxienhaufen erfolgt jedoch erst spät in der Entwicklung dieser Objekte. Dies lässt sich dahingehend ausnutzen, dass man die Simulation zu einem späten Zeitpunkt, aber noch vor Einsetzen der Kühlprozesse anhält und das Rechengebiet neu aufteilt. Da nun schon ein großer Teil der Rechnung vorüber ist, ist es nicht mehr nötig, Bereiche, die weit vom Zentrum des Galaxienhaufens weg sind, in der hohen Auflösung zu berechnen. Deswegen können diese Gebiete einfach in die schon vorhandenen die Gezeitenkräfte simulierenden Dunkle-Materie-Teilchen integriert werden. Damit ist es möglich, den inneren Teil der Simulation mit viel mehr Teilchen neu zu besetzen. Dadurch werden die Teilchen leichter, und die Auflösung kann nochmals stark gesteigert werden. Das Ergebnis einer derartigen Simulation ist eine sehr hoch aufgelöste, zentrale Region des Galaxienhaufens. Zusammen mit der ursprünglichen Situation lässt sich nun ein Bild des gesamten Galaxienhaufens zusammensetzen. Abbildung 4.4 verdeutlicht noch einmal die Neuaufteilung des Rechengebietes. In einer inneren Region der Simulation mit Radius R werden zehnmal mehr Teilchen als ursprünglich verteilt. Hierzu werden für jedes Teilchen zehn neue Teilchen zufällig in seiner durch die Glättungslänge h gegebenen Umgebung erzeugt. Alle Größen, die die Teilchen tragen, werden entsprechend dem SPH-Formalismus für die neuen Teilchenpositionen berechnet. In der Schale von R bis $1.25 \cdot R$ werden je zwei Dunkle-Materie-Teilchen für jedes ursprüngliche Dunkle-Materie-Teilchen erzeugt, wobei bei den Massen

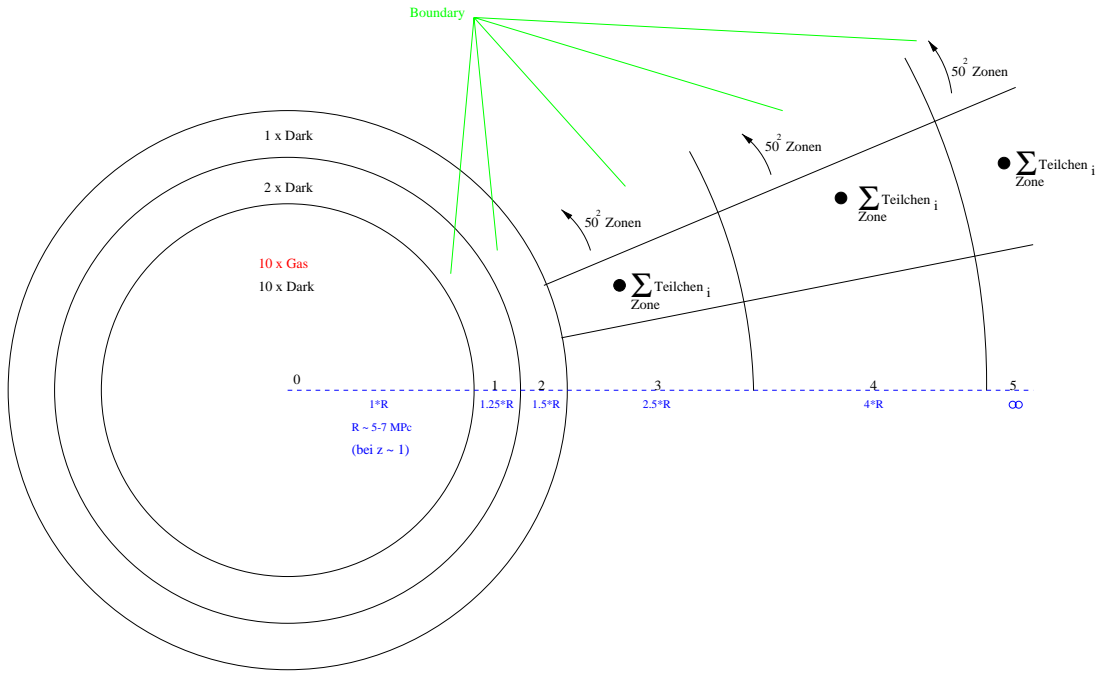


Abbildung 4.4: Dargestellt ist die schematische Aufteilung des Rechengebietes für das Resampling. Dargestellt ist in den einzelnen Bereichen, wie die neuen Teilchen berechnet werden. In den inneren Gebieten werden alle ursprünglichen Teilchen durch mehrere neue, entsprechend leichtere Teilchen ersetzt. In den äußeren Gebieten werden mehrere der ursprünglichen Teilchen durch ein neues, entsprechend schwereres Teilchen ersetzt.

der Anteil der Gasteilchen berücksichtigt wird. Zwischen $1.25 \cdot R$ und $1.5 \cdot R$ bleibt die Auflösung einfach erhalten, wobei auch hier der Massenanteil der Gasteilchen auf die Dunkle Materie addiert wird. Danach werden alle Teilchen in drei Ringen mit jeweils 50^2 Zonen zu immer größer werdenden Dunklen-Materie-Teilchen zusammengefasst. Dabei können einfach die Schwerpunkte gebildet und die Schwerpunktsgeschwindigkeiten berechnet werden. Bei einer Rotverschiebung von $z = 1$ sind $R \sim 5.7$ Mpc sinnvolle Werte² für diesen Radius. Damit kann am Ende der Simulation das Zentrum des Galaxienhaufens mit einer Ausdehnung von bis zu einem Mpc und zehnfacher Auflösung studiert werden. Dies ist ausreichend, um die *gefrorenen* Zentren von Galaxienhaufen zu untersuchen, weiter außen können die Daten aus der ursprünglichen Simulation verwendet werden.

²Der Radius muss so groß gewählt werden, dass in der verbleibenden Zeit in der Simulation keine Information von diesem neuen Rand bis in das zu untersuchende zentrale Gebiet gelangen kann.

Kapitel 5

Magnetokosmologie

In diesem und den folgenden Kapiteln werde ich die Ergebnisse meiner Simulationsrechnungen vorstellen. Hierzu möchte ich zuerst im Detail das allgemeine Aussehen derartiger Simulationen von Galaxienhaufen zeigen. Wichtig ist dabei unser heutiges Verständnis von der Art und Weise der Bildung von großräumigen Strukturen. Ein wichtiges Ergebnis meiner Simulationen war zu zeigen, welchen Einfluss diese ablaufenden Prozesse auf die Entwicklung des eingebetteten Magnetfeldes haben. Das heutige Magnetfeld, so wie es sich in meinen Simulationen aus einem kleinen, anfänglichen Magnetfeld entwickelt hat, lässt sich anschließend im nächsten Kapitel auf unterschiedlichste Weise mit den Beobachtungen vergleichen.

5.1 Strukturbildung, Magnetfelder inklusive

Im Allgemeinen geht man davon aus, dass sich alle heute im Universum sichtbaren Strukturen aus winzigen Dichtefluktuationen im frühen Universum entwickelt haben. Treibende Kraft ist dabei die Gravitation. Unter ihrer Eigengravitation kollabieren diese Dichteschwankungen nach der Frühphase des Universums zu den ersten gebundenen Objekten. Mit der Zeit verschmelzen diese Objekte zu immer mächtigeren Gebilden und formen großräumige Strukturen. Die größten, gerade noch gebundenen Objekte sind heute die Galaxienhaufen. Sie sind eingebettet in spinnennetzartige Strukturen, die sie verbinden. Die Herkunft der anfänglichen Dichteschwankungen ist noch unklar, jedoch geht man in den meisten Modellen davon aus, dass diesen eine Gaußverteilung zugrunde liegt. Auch die Prozesse, welche derartige Fluktuationen in der Frühphase des Universums überproportional bis zu diesen beobachteten Dichtefluktuationen ¹ verstärken, sind nicht hinreichend bekannt. In diesem Abschnitt beschreibe ich die für meine Arbeit wesentlichen Eigenschaften des zugrundeliegenden Modells für die Strukturbildung im Universum und den prinzipiellen Aufbau meiner Simulationen.

¹Der Fingerabdruck dieser anfänglichen Dichtefluktuationen ist noch heute im Mikrowellenhintergrund zu beobachten.

5.1.1 Teilchenspezies, Magnetfeld und das Universum

Wie bereits erwähnt, ist auf den Längenskalen der betrachteten Objekte die dominierende Kraft die Gravitation. Abgeleitet aus den Beobachtungen besteht der schwerste Teil eines Modelluniversums aus Teilchen der Dunklen Materie. Sie tragen den größten Teil der Gesamtmasse der Simulation. Ort und Geschwindigkeit sind zu jeder Zeit aus den Anfangsbedingungen und der Bewegung im Gravitationspotential gegeben, sie wechselwirken nur gravitativ. Zusätzlich wird im Modelluniversum der leuchtende, baryonische Anteil des Universums durch Gasteilchen repräsentiert. Ihre Dynamik ist durch die Gravitation und die Eulergleichungen bestimmt. Zusätzlich tragen diese in den meisten meiner Simulationen noch ein Magnetfeld. In den Simulationen mit Magnetfeld wird deswegen ihre Bewegung noch zusätzlich vom Magnetfeld beeinflusst. Das Magnetfeld selbst ist zu jedem Zeitpunkt durch die Anfangsbedingungen und die Integration der Induktionsgleichung gegeben. Als baryonisch wird in diesen Simulationen nur der gasförmige Anteil der Intergalaktischen Materie gezählt. Sterne zählen in diesem Fall zu der Dunklen Materie. Aus diesem Grund ist das Verhältnis von Gas- zu Gesamtmasse in mancher Kosmologie nur fünf Prozent.

Die Gravitation hat, im Gegensatz zur Hydrodynamik, eine unendliche Reichweite. Da der simulierte Ausschnitt des Universums nur eine endliche Größe haben soll, gibt es zwei Möglichkeiten für geeignete Randbedingungen.

Die eine Möglichkeit ist, durch periodische Randbedingungen die Materie außerhalb des Simulationsvolumens darzustellen. Dies hat jedoch den Nachteil, dass man (a) ein kubisches Simulationsvolumen benötigt; (b) durch periodische Randbedingungen künstliche, in Wirklichkeit nicht vorhandene periodische großräumige Strukturen entstehen.

Eine zweite Möglichkeit ist, das Volumen der Simulation größer als die mächtigsten vorhandenen Strukturen zu machen. Damit kann das Universum außerhalb des simulierten Volumens als homogen betrachtet werden. Unter diesen Bedingungen heben sich die gravitativen Kräfte der als homogen betrachteten Materie außerhalb des Simulationsvolumens auf das Innere der Simulation gegenseitig auf. Dieses Volumen mit einer gleichbleibenden Auflösung zu simulieren ist numerisch zu aufwendig. Deswegen approximiert man die Materie abseits des Zentrums der Simulation durch immer massereichere Teilchen. Das brauchbare Volumen der Simulation ist dann zwar kleiner als die komplette Simulation, aber man bekommt dafür auch eine angemessene Berücksichtigung der Gezeitenkräfte durch Strukturen, die wesentlich größer sind als der Galaxienhaufen, den wir betrachten wollen.

Meine Simulationen bestehen aus drei Klassen von Teilchen. In der zentralen Region befinden sich kollisionsfreie, Dunkle-Materie-Teilchen vermischt mit derselben Anzahl an Gas-Teilchen. Diese zentrale Region ist umgeben von kollisionsfreien Dunklen-Materie-Teilchen, deren Masse mit dem Abstand zum Zentrum zunimmt. Diese erzeugen die oben beschriebenen Gezeitenkräfte auf den zentralen Bereich. Abbildung (5.1) zeigt eine der Simulationen nach dem letzten Zeitschritt im Detail. Die Dunkle-Materie-Teilchen sind als schwarze Punkte, die Gas-Teilchen

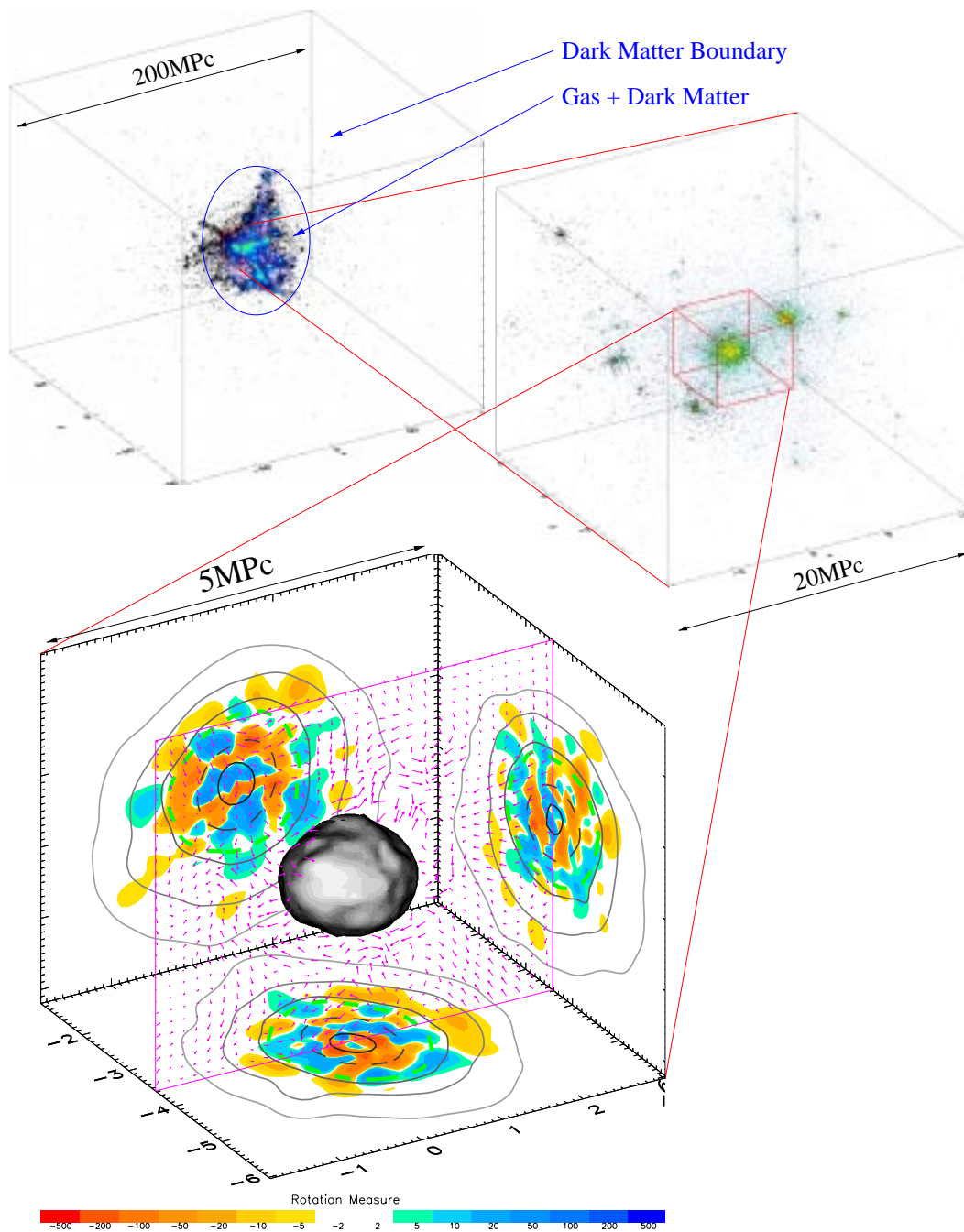


Abbildung 5.1: Diese Abbildung zeigt Aufbau und die Dimensionen der Simulation nach dem letzten Zeitschritt. Gezeigt sind die Teilchen in der Simulation und eine Darstellung des gebildeten Galaxienhaufens. Der Würfel zeigt die projizierten Faraday-Rotationsmaße (blau-rote Flächen), die projizierte Dichte (graue Konturen) und die Fläche, aus der 90% der Röntgenemission (grüne Kontur) stammen. Weiter sind die dreidimensionale Struktur (graue Kugel) und die Magnetfeldkonfiguration (lila Schnitt) dargestellt.

entsprechend ihrer Dichte von blau (niedrige Dichte) über gelb zu rot (hohe Dichte) dargestellt. Die Abbildung zeigt die Dimensionen dieser Bereiche und stellt eine schrittweise Vergrößerung bis auf das zentrale Objekt dar. Dieses ist durch einen aus dem zentralen Bereich geschnittenen Würfel, der den Galaxienhaufen enthält, dargestellt. Auf die Wände des Würfels sind in den drei unabhängigen Richtungen einige Größen projiziert. Die Faraday-Rotationsmaße, so wie sie ein Betrachter aus der entsprechenden Richtung sehen würde, sind durch die bunten Flächen entsprechend den Angaben in der Legende repräsentiert. Die grauen Konturen stellen die projizierten Dichtekonturen dar. Eine Größe, die leicht mit den Beobachtungen verglichen werden kann, ist die Größe des Galaxienhaufens im Röntgenlicht. Hierzu dient die grüne gestrichelte Kontur. Sie umgibt die Fläche, aus der 90% der Röntgenemission stammen. Einen Eindruck von der Form des Galaxienhaufens gibt die graue Struktur im Zentrum. Diese ist eine Fläche konstanter Dichte, welche die Region mit mindestens hundertfachen Überdichte (bezüglich der mittleren Dichte des Universums) umgibt. Der hier dargestellte Galaxienhaufen ist ziemlich relaxiert, was zu einer glatten und runden Form führt. Beispiele für nichtrelaxierte Galaxienhaufen werden später noch deutlich gezeigt. Zusätzlich sind die Magnetfeldvektoren in einem Schnitt durch diesen Würfel, repräsentiert durch die lila Ebene, dargestellt. Diese Magnetfeldvektoren sind der Übersicht halber in logarithmischen Einheiten gezeichnet, damit die Feldstruktur im Außenbereich auch noch gut zu erkennen ist. Die Größe des dargestellten Ausschnittes ist jeweils durch die Pfeile gekennzeichnet, die Achsenbeschriftungen sind in allen Darstellungen in Mpc. In der oberen Darstellung sind die so genannten Filamente gut zu erkennen. Schön zu sehen ist, dass sich der Galaxienhaufen bildet, wo sich mehrere Filamente kreuzen. In der mittleren Darstellung sieht man noch ein paar kleinere Objekte nahe dem Galaxienhaufen im Zentrum. Würde man die Zeit noch weiter laufen lassen, so würden auch diese in den Galaxienhaufen stürzen.

5.1.2 Anfangsbedingungen, Start in eine ungewisse Zukunft

Für meine Simulationen gibt es zwei prinzipiell verschiedene Klassen von Anfangsbedingungen. Für die Strukturbildung benötigt man die einem kosmologischen Modell entsprechenden anfänglichen Dichteschwankungen. Diese hängen von den kosmologischen Parametern ($H_0, \Omega_m^0, \Omega_\lambda^0$), der Art der Dunklen Materie (*kalt* oder *warm*) und der Normierung der entsprechenden anfänglichen Dichteschwankungen ab. Diese Normierung kann durch den Parameter σ_8 beschrieben werden. Obwohl diese Art der Beschreibung der Dunklen Materie als eine Art Standardbeschreibung in der Kosmologie benutzt wird, ergibt sie noch kein vollkommen konsistentes Bild der sichtbaren Strukturen im Universum. Deswegen variiert dieser Wert für die Normierung der Dichtefluktuationen, je nach dem, ob man die Fluktuationen der Mikrowellen- Hintergrundstrahlung (gemessen durch den COBE-Satelliten) oder die heutige Anzahlichte von Galaxienhaufen oder gar die Anzahl der Galaxien in einem gegebenen Volumen zu Grunde legt. Mir stehen Anfangsdaten für die zwei in Tabelle (4.2) aufgeführten Kosmologien zur Verfügung. Für jede dieser Kosmologi-

Modell	anfängliches Magnetfeld	Kosmologie
no	<i>kein Magnetfeld</i>	EdS & FlatLow
low	0.2×10^{-9} G	EdS & FlatLow
medium	1.0×10^{-9} G	EdS & FlatLow
high	5.0×10^{-9} G	EdS & FlatLow
chaotic	0.2×10^{-9} G	EdS
doublers	0.2×10^{-9} G	EdS

Tabelle 5.1: Diese Tabelle zeigt die anfänglichen Magnetfeldstärken für die verschiedenen Modelle. Für die Modelle *low*, *medium*, *high* und *dblres* wurde ein homogenes Magnetfeld auf die Anfangsdaten gelegt. Für das *EdS*-Universum starten die Simulationen bei einer Rotverschiebung von $z = 15$, während die Anfangsdaten für das *FlatLow*-Universum - in einem Universum mit niedriger Dichte bilden sich die Strukturen früher - eine Rotverschiebung von $z = 20$ haben.

en existieren jeweils zehn Realisationen, d.h. zehn unabhängige zufällige Anfangsbedingungen, die in ihren statistischen Eigenschaften dem entsprechenden, zugrundeliegenden kosmologischen Modell Rechnung tragen.

Zusätzlich zu diesen kosmologischen Anfangsbedingungen kann man noch die Eigenschaften des anfänglichen Magnetfeldes frei wählen. Hierbei kann die Struktur und die Stärke des Magnetfeldes festgelegt werden. Jede der zehn Realisationen in den zwei unterschiedlichen Kosmologien wurde mit den vier in Tabelle (5.1) aufgeführten Magnetfeldstärken für ein homogenes Magnetfeld gerechnet. Damit lässt sich untersuchen, welche anfängliche Magnetfeldstärke nötig ist, um die heute beobachteten Felder zu erklären. Zusätzlich wurden zahlreiche Rechnungen auch mit anderen Magnetfeldkonfigurationen durchgeführt. Diese geben Aufschluss darüber, wie sich die ursprüngliche Magnetfeldkonfiguration auf die heutigen Magnetfelder auswirkt.

5.1.3 Galaxienhaufen, nur die Vergangenheit zählt

In unserem Verständnis der Entstehung von Galaxienhaufen bilden sich diese durch fortwährende Verschmelzung kleinerer Objekte. Dies wird im Allgemeinen als hierarchische Strukturbildung bezeichnet. Die Entwicklung des Magnetfeldes wird durch diese Art der Strukturbildung geprägt. Eine überdurchschnittliche Verstärkung erfährt das Magnetfeld während eines Verschmelzungseignis (*Merger*). Hierbei fällt ein vergleichsweise annähernd gleichgroßes Objekt in den sich bildenden Galaxienhaufen. Dies ist nicht ungewöhnlich, sondern tritt relativ häufig auf. Aus den anfänglichen Dichtefluktuationen bilden sich rasch *Filamente*². Entlang dieser spinnennetzartigen Strukturen entstehen bevorzugt die ersten Objekte. Diese verschmelzen dann meist entlang

²Durch Gravitation kollabieren die Dichtefluktuationen bevorzugt erst in Schichten, dann kollabieren diese Schichten zu Strängen. Dies liegt an den statistischen Eigenschaften des Gaußschen Zufallsfeldes [Doroshkevich 1970]. Dadurch entsteht das Bild von großräumigen, spinnennetzartigen Strukturen, die man Filamente nennt. Galaxienhaufen entstehen bevorzugt an den Stellen, an denen sich zwei oder mehr derartige Strukturen kreuzen.

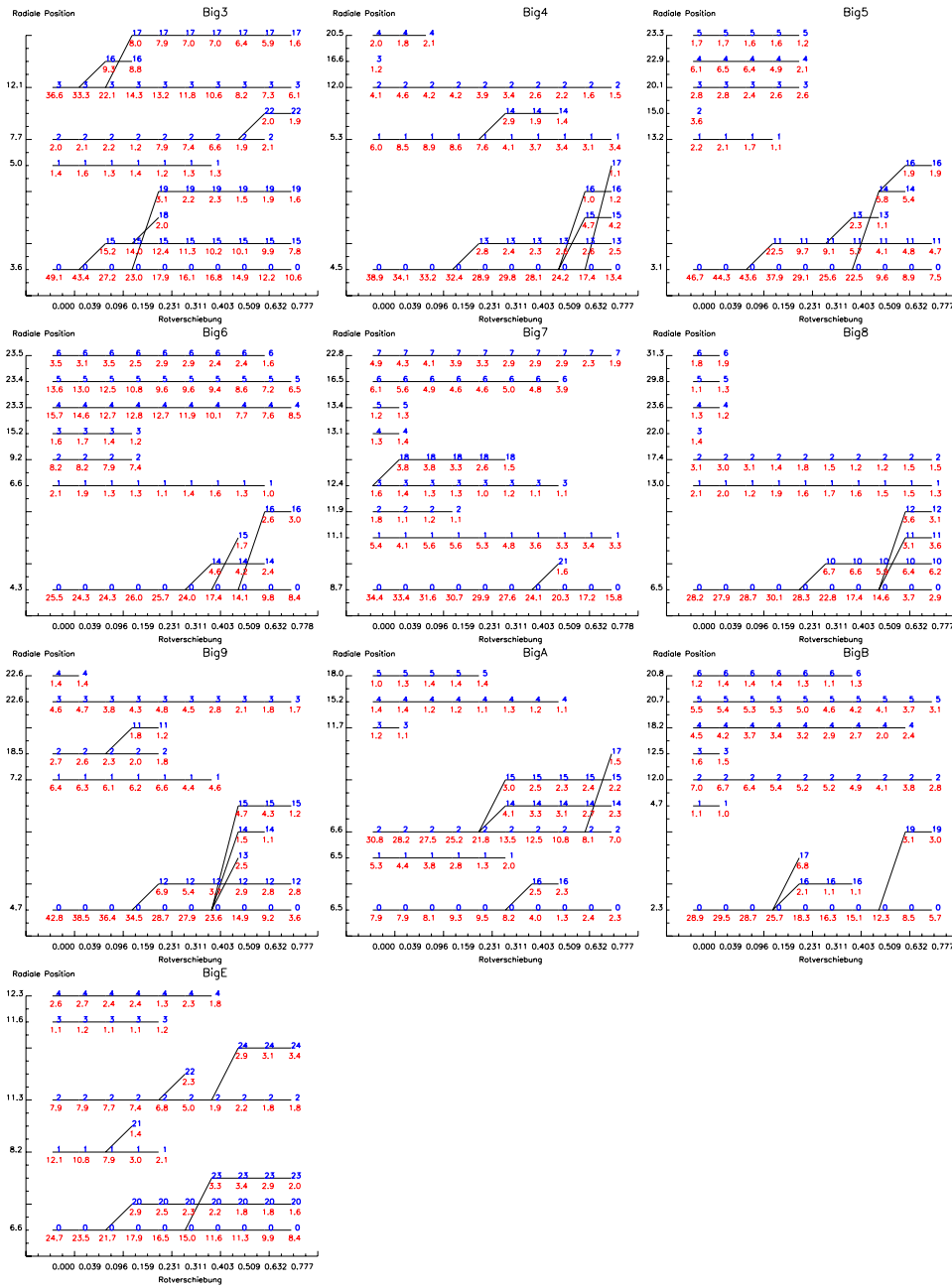


Abbildung 5.2: Diese Abbildung zeigt die Vergangenheit einiger Objekte in den Simulationen. Linien, die zu einer verschmelzen, deuten an, dass aus zwei Objekten eine Objekt geworden ist. Die X-Achse zeigt dabei den Zeitpunkt an, an dem die Objekte verschmelzen. Die Y-Achse zeigt den Abstand zum Zentrum der Simulation an. Die Zahlen deuten die interne Nummerierung (über der Linie) und die Masse des Objektes (unter der Linie) in $10^{14} M_{\odot}$ an. Tabelle (A.3) listet den Index des jeweils größten Objekts in den einzelnen Simulationen auf, welches ich für die weitere Analysen verwendet habe.

dieser Filamente. Wie Galaxienhaufen aufgrund der Verschmelzung kleinerer Objekte zu immer größeren Gebilden heranwachsen, verdeutlicht Abbildung (5.2). Sie zeigt die Historie der simulierten Galaxienhaufen. Die Zeit läuft von rechts nach links, und kleinere Objekte verschmelzen zu immer größeren. Die Zahlen unterhalb der Linien zeigen die Masse des Galaxienhaufens an, die Zahlen oberhalb der Linien sind die interne Nummerierung des Objektes. Auf die Entwicklung des größten Objektes (Nummer 2) in der Simulation **BigA** wird später noch im Detail eingegangen. Aber schon hier sieht man deutlich, dass bei $z \approx 0.6$ ein kleineres Objekt (Nummer 17) mit dem Galaxienhaufen verschmilzt und bei $z \approx 0.2$ sogar 2 kleinere Objekte (Nummer 14 und 15) mit dem Galaxienhaufen verschmelzen. In dieser Darstellung sind zwei Objekte verschmolzen, sobald sich das einfallende Objekt innerhalb des Virialradius des Galaxienhaufens befindet. Später wird wichtig sein, wann das Zentrum des einfallenden Objektes beim Zentrum des Galaxienhaufens angekommen ist. Daher sind in Abbildung (5.9) im nächsten Abschnitt die Verschmelzungsereignisse etwas später datiert³. Interessant für spätere Untersuchungen sind nur Objekte, die auch nahe am Zentrum der Simulation liegen. Weiter abseits liegende Objekte können von unphysikalischen Randeffekten betroffen sein. Die Y-Achse in Abbildung (5.2) gibt den Abstand der einzelnen Objekte zum Zentrum am Ende der Simulation in Mpc an.

5.2 Charakteristiken des Magnetfeldes

Wie im vorigen Abschnitt gezeigt, wird die großskalige Struktur in unserem Universum von der Gravitation dominiert. Sie prägt entscheidend die Eigenschaften der größten gebundenen Objekte, der Galaxienhaufen. Nun stellt sich die Frage, ob das heutige Magnetfeld auch derart intensiv von der Strukturbildung der Materie geprägt ist. Bevor ich näher auf die zeitliche Entwicklung des Magnetfeldes und die Interpretation künstlich erzeugter Beobachtungen eingehe, möchte ich erst auf die Eigenschaften, die das Magnetfeld in meinen Simulationen annimmt, näher eingehen.

5.2.1 Wie lang ist ein Magnetfeld ?

In SPH ist die räumliche Auflösung an den Stellen am größten, an denen die höchste Dichte herrscht, da an diesen Stellen relativ viele Teilchen pro Volumen anzutreffen sind. Daher sind die Zentren der Galaxienhaufen die am besten aufgelösten Gebiete in der Simulation. Für die Beantwortung der Fragen, wie verwirbelt das Magnetfeld ist und auf welcher Längenskala es seine Richtung ändert, betrachtet man somit am besten die Zentren der entwickelten Galaxienhaufen.

Ein Maß für den Winkel zwischen zwei Vektoren ist das Skalarprodukt. Man kann nun alle Teilchen aus dem Zentrum eines Galaxienhaufens benutzen, und die Skalarprodukte aller damit möglichen Teilchenpaare bilden. Abbildung 5.3 zeigt die Größe

$$\xi_{\text{skalar}}(|\vec{d}|) = \langle \vec{B}(\vec{x}) \cdot \vec{B}(\vec{x} + \vec{d}) \rangle \quad (5.1)$$

³Verschoben um die Zeit, die das Objekt braucht, um vom Virialradius bis zum Zentrum des Galaxienhaufens zu fallen.

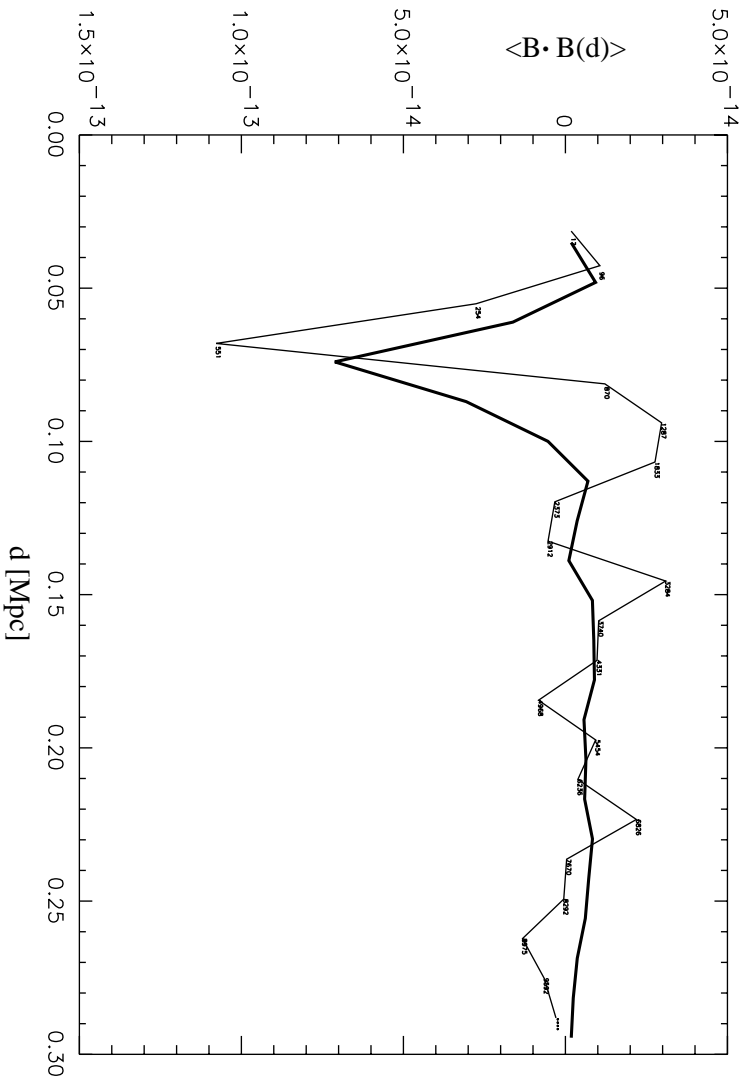


Abbildung 5.3: Diese Abbildung zeigt die Korrelationsfunktion $\langle \vec{B}(\vec{x}) \cdot \vec{B}(\vec{x} + \vec{d}) \rangle$ als Funktion des Abstandes $|\vec{d}|$ für einen simulierten Galaxienhaufen. Die dicke Linie ist die berechnete kumulative Größe. Gut zu sehen ist, dass die Länge, auf der das Magnetfeld seine Richtung umkehrt, ca. 70kpc ist.

als Funktion des Abstandes d . Bildet man nun den Mittelwert über radiale Abstandsbereiche, so erhält man durch das erste Minimum die Längenskala, auf der sich das Feld typischerweise um 180 Grad dreht. Die dünne Linie in Abbildung 5.3 zeigt diesen so konstruierten Wert. Die Zahlen an den Datenpunkten geben an, wieviele Teilchenpaare in dem jeweiligen Abstandsbereich gelegen sind. Das erste Minimum liegt in diesem Fall bei ca. 70kpc. Die Kurve klingt anschließend gedämpft ab. Die Minima beim doppelten und beim dreifachen Wert sind nur noch vage zu erkennen und haben unter Berücksichtigung aller Unsicherheiten nahezu keine Aussagekraft mehr. Die dicke Linie zeigt den kumulativen Wert dieser Größe. Dadurch wird das erste Minimum zu einem etwas größeren Abstand verschoben, danach nähert sich die Kurve aufgrund der Mittelung über immer mehr Teilchenpaare mit verschiedenen Abständen der Null. Somit erhält man die Längenskala für das Magnetfeld in den Simulationen. Für die zehn verschiedenen Realisationen dieser Kosmologie variiert dieser Wert nur leicht. Dieses erste Minimum ist auch durchaus aussagekräftig, da für dieses über mehr als 500 Teilchenpaare gemittelt wurde. Es ist möglich, dass sich dieser Wert bei Simulationen mit höherer Auflösung ändert, da sich bei erhöhter Auflösung einerseits die Scherströmungen, die zur Verstärkung und Ausrichtung des Magnetfeldes beitragen, noch genauer repräsentiert werden, und andererseits zusätzliche,

kleinskalige Dichtefluktuationen in derartigen Simulationen auftreten.

5.2.2 Wie steil ist das Spektrum ?

Treten in einer Flüssigkeit Scherströmungen auf, so können diese differentiellen Flüsse Energie in Fluktuationen (*Eddies*) transferieren. Die Skala der größten auftretenden Turbulenzen ist gewöhnlicherweise von der Größe L der - sich aus einer Instabilitätsanalyse der laminaren Strömung ergebenden - instabilen Region. Handelt es sich um eine homogene, isotrope Turbulenz, so ist die einzige weitere charakteristische Größe die Amplitude U der Geschwindigkeitsfluktuationen in der Strömung. Die Zeitskala, auf der den Fluktuationen Energie durch die Instabilitäten zugeführt wird, ist L/U . Die Rate, mit der Energie in die Fluktuationen fließt, ist somit proportional zu $U^2/(L/U) = U^3/L$. Die einzige Möglichkeit für die Fluktuationen, diese Energie wieder anzugeben, ist eine Kaskade zu immer kleineren Fluktuationen. Die Energie $\epsilon \propto v_\lambda^3/\lambda$, die in die kleineren Fluktuationen abgegeben wird, kann jedoch wieder nur von der Skala λ und der zugehörigen Geschwindigkeiten v_λ abhängen. Somit ergibt sich *Kolmogorovs Gesetz*

$$v_\lambda \propto U \left(\frac{\lambda}{L} \right)^{1/3}. \quad (5.2)$$

Damit ergibt eine Fluktuationskaskade - der Hauptprozess in einer inkompressiblen, homogenen und isotropen Turbulenz - ein Potenzgesetz mit einem Index von 1/3 für das Geschwindigkeitsspektrum [Shu 1992].

Somit stellt sich die interessante Frage, ob das Leistungsspektrum des Magnetfeldes aufgrund von Turbulenzen einem Potenzgesetz folgt, und welchen spektralen Index in diesem Fall dieses Leistungsspektrum hat. Hierzu können wir verwenden, dass das Leistungsspektrum $P(\vec{k})$ die Fouriertransformierte

$$P(\vec{k}) = \int \xi_{\text{autocorr}}(\vec{x}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} d\vec{x} \quad (5.3)$$

der Autokorrelationsfunktion

$$\xi_{\text{autocorr}}(\vec{d}) = \frac{\langle |\vec{B}(\vec{x})| \cdot |\vec{B}(\vec{x} + \vec{d})| \rangle}{\langle |\vec{B}| \rangle^2} \quad (5.4)$$

ist. Da die Autokorrelationsfunktion nur vom absoluten Wert des Abstandes abhängt, kann die Integration über die Raumwinkel ausgeführt werden. Somit erhält man für das Leistungsspektrum den Ausdruck

$$P(k) = 4\pi \int_0^\infty x^2 \xi_{\text{autocorr}}(x) \frac{\sin(kx)}{kx} dx. \quad (5.5)$$

Die Integration ist wegen des Ausdrucks $\sin(kx)$ numerisch nicht trivial. Da die Autokorrelationsfunktion glatt genug ist, kann diese zwischen den Stützstellen linear als $y = mx + t$ interpoliert werden. Damit lässt sich die Integration stückweise aus dem Integral

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} x^2 (m_i x + t_i) \frac{\sin(kx)}{kx} dx \quad (5.6)$$

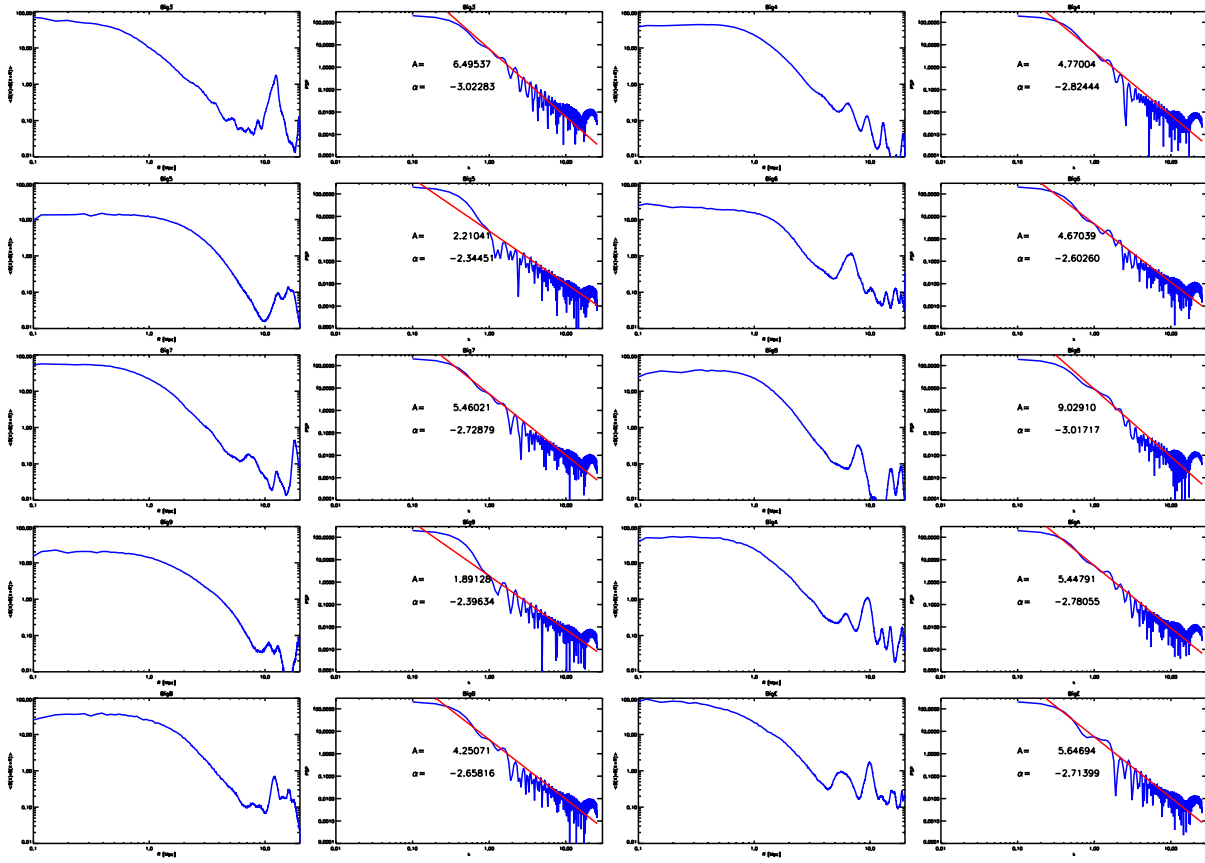


Abbildung 5.4: Diese Abbildung zeigt die Autokorrelationsfunktion $\xi_{autocorr}(x)$ als Funktion des Abstandes x für alle simulierten Galaxienhaufen. Weiter ist das Leistungsspektrum und das entsprechende Potenzgesetz für jede Simulation dargestellt.

zwischen zwei Stützstellen analytisch ausrechnen und wir erhalten den Ausdruck

$$\begin{aligned}
 P(k) = & \sum_{i=0}^{N-1} \frac{m}{k} \left(2 \frac{x_{i+1}}{k^2} \sin(kx_{i+1}) - \left(\frac{x_{i+1}^2}{k} - \frac{2}{k^3} \right) \cos(kx_{i+1}) \right. \\
 & \left. - 2 \frac{x_i}{k^2} \sin(kx_i) + \left(\frac{x_i^2}{k} - \frac{2}{k^3} \right) \cos(kx_i) \right) \\
 & + \frac{t}{k} \left(\frac{\sin(kx_{i+1})}{k^2} - \frac{x_{i+1} \cos(kx_{i+1})}{k} - \frac{\sin(kx_i)}{k^2} + \frac{x_i \cos(kx_i)}{k} \right) \quad (5.7)
 \end{aligned}$$

für das Leistungsspektrum. Abbildung 5.4 zeigt die Autokorrelation und das Leistungsspektrum für zehn simulierte Galaxienhaufen. Für die Autokorrelationsfunktion wurde das Magnetfeld auf einem Würfel von 10Mpc Kantenlänge mit 80^3 Gitterpunkten, zentriert auf den Galaxienhaufen, berechnet. Daraus wurde anschließend das Leistungsspektrum berechnet. Die *Nase*, die zu kleinen k hin erscheint, lässt sich phänomenologisch gut verstehen. Das Leistungsspektrum wird zu großen Skalen erst etwas steiler, wenn die typische Skala entsprechend dem Abstand zum nächstliegenden kompakten Objekt erreicht wird. Ein weiterer systematischer Effekt ist, dass

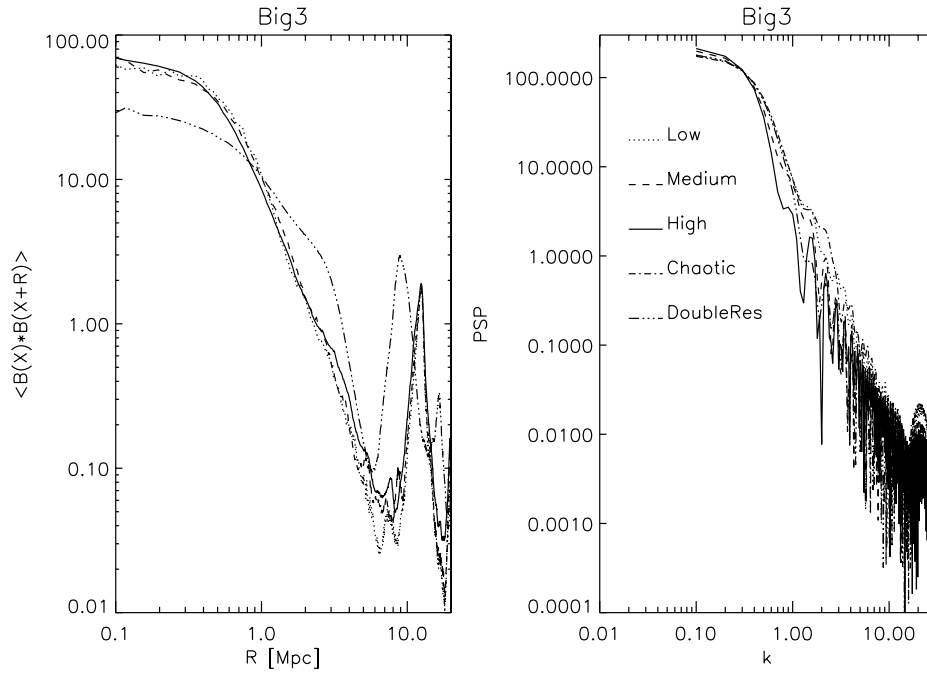


Abbildung 5.5: Diese Abbildung zeigt die Autokorrelationsfunktion $\xi_{autocorr}(x)$ als Funktion des Abstandes x und das Leistungsspektrum für einen simulierten Galaxienhaufen. Die Werte, die sich aus den verschiedenen Modellen für das Anfangsmagnetfeld ergeben sind entsprechend der Legende dargestellt. Zusätzlich ist das Ergebnis für eine Simulation mit doppelter Auflösung dargestellt.

bei der Berechnung der Autokorrelationsfunktion für eine Skala nahe der halben Würfellänge (*Nyquist-Frequenz!*) bevorzugt ein Punkt der betrachteten Positionspaare innerhalb des zentralen Objektes liegt. Damit überschätzt die Autokorrelationsfunktion das Leistungsspektrum auf dieser Skala. Berechnet man die Autokorrelationsfunktion für noch größere Skalen (nahe den Würfelabmessungen), so unterschätzt diese das Leistungsspektrum, da nur noch Positionspaare benutzt werden können, bei denen keine der Positionen innerhalb des zentralen Objektes liegen. Bei kleinen Längenskalen (großen k) limitiert die Anzahl der Gitterpunkte und die Auflösung der Simulation die Berechnung der Autokorrelationsfunktion und damit des Leistungsspektrum.

Dennoch ist der nutzbare Bereich ausreichend, um Informationen über den spektralen Index zu erhalten. Dieser ist im Mittel -2.7 , wobei er sich für die verschiedenen Simulationen zwischen -2.3 und -3.1 bewegt. Dieser Wert ist ein wenig überraschend. Erwarten würde man einen etwas größeren Wert, nämlich $-5/3$ für eine Kolmogorov-Turbulenz⁴, $-3/2$ für eine voll ausgebildete MHD-Turbulenz und mindestens -2 als Extremfall für eine *junge*, nicht voll ausgebildete

⁴Die spektrale Energie, die in einer Kolmogorov-Turbulenz steckt, skaliert entsprechend Gleichung (5.2) $\propto v^2/k = k^{-5/3}$. Setzt man die Energie, die in dem Geschwindigkeitsfeld sitzt gleich der Energie im Magnetfeld, so erhält man auch für das Magnetfeld einen Index von $-5/3$.

MHD-Turbulenz. Zwei Gründe für derart steile Spektren sind mir aus der Literatur bekannt. Das Leistungsspektrum für eine 2D-Navier-Stokes-Turbulenz ([Biskamp 1993]) hat einen Spektralindex von -3 . Da Scherströmungen in meinen Simulationen einen entscheidenden Beitrag zur Verstärkung des Magnetfeldes liefern, kann davon ausgegangen werden, dass in diesen Schichten ein derartiges Spektrum erzeugt wird, welches sich im weiteren Verlauf durch Vermischungsprozesse bei der Formation des Galaxienhaufens in Richtung zu einem Kolmogorov-Spektrum entwickelt. In einem turbulenten Medium mit extrem hoher Viskosität hat das Leistungsspektrum einen noch kleineren Index von -4 ([Eilek & Henriksen 1984]). SPH ist dafür bekannt, dass es eine gewisse numerische Viskosität besitzt. Daher kann nicht gänzlich ausgeschlossen werden, dass das steile Spektrum aufgrund der erhöhten Viskosität durch die numerische Methode verursacht wird. Die Viskosität wird in SPH jedoch so gesteuert, dass sie im Falle von Scherströmungen exakt Null wird. Da diese Scherströmungen jedoch einen sehr großen Beitrag zur Verstärkung des Magnetfeldes liefern, ist diese Möglichkeit eher unwahrscheinlich.

Abbildung 5.5 zeigt die Korrelationsfunktion und das Leistungsspektrum für einen Galaxienhaufen, jedoch mit verschiedenen Magnetfeldkonfigurationen. Dargestellt sind Modelle mit homogenen Anfangsmagnetfeldern verschiedener Stärken, ein Modell mit einer anfänglich chaotischen Anfangsstruktur im Magnetfeld und eine Simulation mit doppelter Auflösung. Für letztere ist gut zu sehen, dass sich durch die Erhöhung der Auflösung die interne Zeitskala des Galaxienhaufens leicht geändert hat. In der Korrelationsfunktion ist deutlich zu erkennen, dass in dieser Simulation das nächstgelegene Objekt schon etwas näher an dem Galaxienhaufen liegt. Trotzdem ist das magnetische Leistungsspektrum des entwickelten Galaxienhaufens noch nahezu das gleiche. Auch für die verschiedenen Magnetfeldstärken und Konfigurationen lässt sich kein Unterschied feststellen. Der Leistungsindex, den das heutige Magnetfeld hat, ist folglich unabhängig von der anfänglichen Magnetfeldkonfiguration und wird auch von der Auflösung nicht nennenswert beeinflusst. Ist der Leistungsindex unabhängig von der Auflösung, so ist dies ein weiteres Indiz, dass das steile Spektrum nicht von der numerischen Viskosität der SPH-Methode stammt, da diese von der verwendeten Auflösung abhängt.

Dieses Ergebnis kann unter der Annahme, dass der Index des Leistungsspektrums auch für kleinere Skalen derselbe ist, dazu verwendet werden, Anfangsdaten für detaillierte, nichtideale MHD-Simulationen zu erzeugen. Ziel solcher Simulationen sollte es sein, die Verstärkung von Magnetfeldern in den Zentren von Galaxienhaufen detaillierter zu untersuchen. Weiter sollten nichtideale MHD-Simulationen auch einen Anhaltspunkt dafür liefern, welche Rolle die Wiederverbindung (Rekonnektion) von Magnetfeldern in den Zentren von Galaxienhaufen spielt, und welche Energiemengen dadurch vom Magnetfeld an das Plasma zurückgegeben werden können. Dies ist insbesondere in *Cooling Flows* im Zentrum von Galaxienhaufen von sehr großem Interesse, da es bisher ungeklärt ist, woher das beobachtete Gas in diesen Gebieten seine Energie bezieht, da es offensichtlich nicht, wie theoretisch vorhergesagt, extrem abkühlt.

5.3 Wenn die Zeit mit dem Magnetfeld vergeht

In diesem Abschnitt möchte ich die Entwicklung des Magnetfeldes in den Simulationen zeigen. Mit der fortschreitenden Bildung von immer größeren Strukturen erwartet man auch ein Anwachsen des in das Gas eingebetteten Magnetfeldes. Dabei möchte ich auf die drei wichtigsten Mechanismen, die zu einer Verstärkung des Magnetfeldes führen, im Detail eingehen. Bei der Entstehung von Galaxienhaufen wird das Gas aufgrund des Gravitationskollaps komprimiert. Unter der Annahme von idealer MHD wird somit das in dem Gas transportierte Magnetfeld aufgrund der Flusserhaltung verstärkt. Einfache analytische Modelle ergeben jedoch, dass die heute beobachtbaren Feldstärken, diesen Mechanismus zugrundegelegt, nicht aus motivierbaren Anfangsbedingungen entstanden sein können, da die Anfangsfelder nicht ausreichend verstärkt würden. Eine grundlegende Frage, die sich meine Arbeit daher stellte war, ob weitere während der Strukturbildung auftretende Prozesse genug Beiträge zur Verstärkung des Magnetfeldes liefern können, um diese anfänglichen Magnetfelder zu den heute beobachtbaren Feldern zu verstärken. Dabei möchte ich besonders auf Verschmelzungsprozesse und Scherströmungen eingehen.

5.3.1 Je dichter, desto magnetischer

Die Gleichungen der idealen MHD implizieren, dass das Magnetfeld im Gas eingefroren ist. Anders ausgedrückt bedeutet dies, dass der magnetische Fluss durch eine beliebig gewählte geschlossene Oberfläche konstant bleibt. Das Gas im Galaxienhaufen ist nahezu vollständig ionisiert, sehr heiß und sehr dünn. Daher kann von einem idealen Plasma ausgegangen werden. Wird nun das Plasma bei der Entstehung des Galaxienhaufens durch die wirkende Gravitation komprimiert, so schrumpft die Oberfläche eines beliebigen Gebietes ständig. Aufgrund der Flusserhaltung führt dies zu einem Anwachsen des magnetischen Feldes. Betrachtet man eine homogene Kugel, die mit einem zufälligen magnetischen Feld durchsetzt ist, so sollte das Magnetfeld entsprechend

$$|\vec{B}| \propto \rho^{2/3} \quad (5.8)$$

anwachsen. Abbildung (5.6) zeigt, wie das Magnetfeld für jedes Teilchen am Ende der Simulation angewachsen ist. Die Linie stellt den Erwartungswert für reine Kompression dar. Deutlich zu sehen ist, dass zusätzlich zur reinen Kompression andere Mechanismen das Magnetfeld anwachsen lassen.

5.3.2 Je schwerer, desto dichter, desto magnetischer

Da mit zunehmender Komprimierung auch das Magnetfeld in einem Objekt stärker wird, sollte ein massereicherer Galaxienhaufen auch ein stärkeres Magnetfeld besitzen als ein weniger massereiches Objekt. Abbildung (5.7) zeigt einen Schnitt durch zwei verschiedene, simulierte Galaxienhaufen. Dargestellt ist der Absolutwert des Magnetfeldes (graue Flächen), die Magnetfelder in diesen Ebenen (Vektoren) und die Röntgenstruktur in diesem Schnitt (gestrichelte und

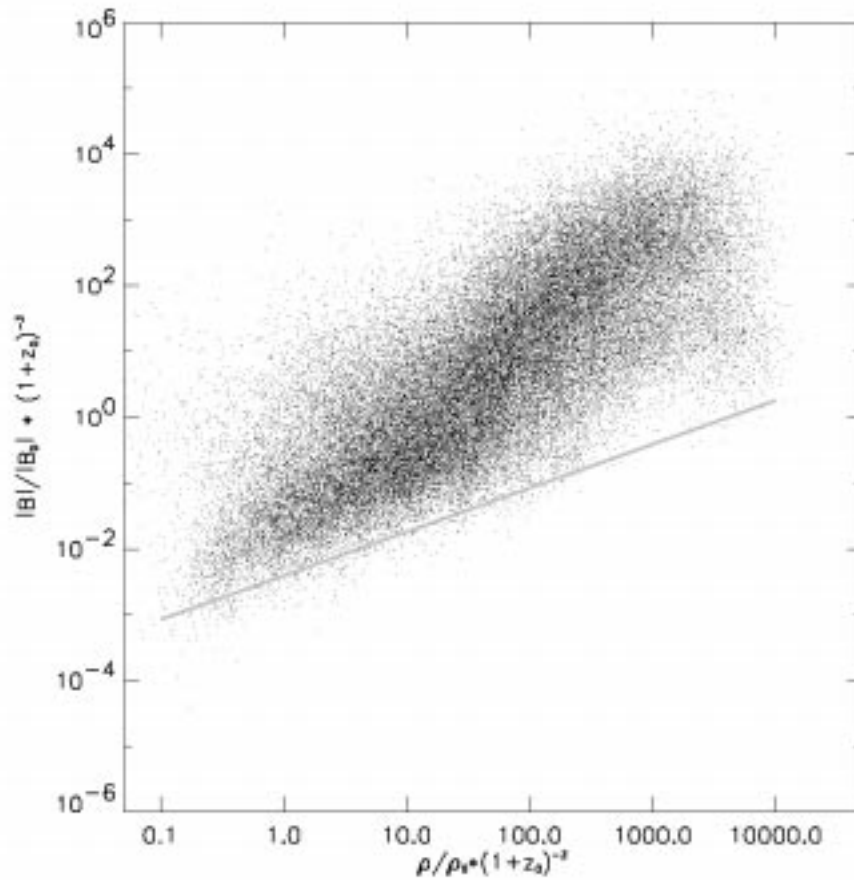


Abbildung 5.6: Dargestellt ist das Wachstum des Magnetfeldes in dem simulierten Volumen. Für jedes SPH-Teilchen ist das Wachstum des Magnetfeldes als Funktion des Wachstums der Dichte dargestellt. Die Linie repräsentiert die Erwartung aus einem einfachen, sphärischen Modell.

gepunktete Linien). Der Galaxienhaufen in der linken Darstellung (*Big4*) ist massereicher als derjenige in der rechten Darstellung (*Big6*). Er besitzt dabei ungefähr die doppelte Masse. Beide erscheinen auch sehr kompakt und rund im Röntgenlicht, was darauf hindeutet, dass sie genug Zeit hatten, um sich einem Gleichgewichtszustand anzunähern. Durch seine größere Masse hat *Big4* auch eine höhere Dichte bei gleicher Entfernung zum Zentrum erlangt, was zu einer deutlich höheren Verstärkung des Magnetfeldes führte. Auch ist deutlich zu sehen, dass das Magnetfeld stark filamentiert ist. In beiden Fällen enthalten die Filamente nahe dem Haufenzentrum deutlich stärkere Magnetfelder als außerhalb. Außerhalb des Zentrums haben die Magnetfelder auch noch eine deutliche, großskalige Ausrichtung. Dies wird dort durch großskalige Gasströmungen bewirkt. Erreichen diese einfließenden Strömungen dann das Zentrum des Galaxienhaufens, so werden sie von dem dort gebundenen, sich weniger geordnet bewegendem Gas verwirbelt, wodurch auch das Magnetfeld seine großskaligen Eigenschaften verliert.

Verschmelzen zwei Galaxienhaufen, so ist dies ein dramatisches Ereignis für die interne Struktur des Galaxienhaufens. Abbildung (5.8) zeigt den Vergleich zweier Galaxienhaufen mit etwa

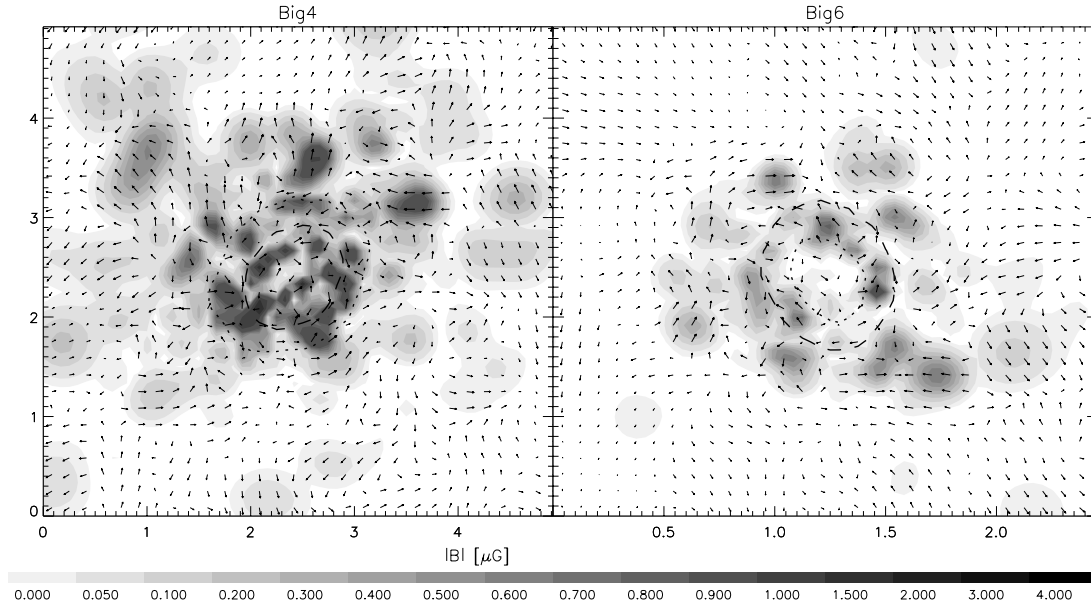


Abbildung 5.7: Diese Abbildung zeigt Schnitte durch zwei simulierte Galaxienhaufen, wobei derjenige in der linken Abbildung dabei fast zwei mal massereicher als derjenige auf der rechten Seite ist. Beide sind jedoch dynamisch in einem vergleichbaren Zustand. Die graue Fläche repräsentiert die absolute Magnetfeldstärke $|\vec{B}|$ entsprechend der Legende unterhalb der Abbildung. Die Pfeile zeigen das Magnetfeld in diesen Ebenen. Die Länge der Pfeile wurde der Übersicht halber logarithmisch skaliert. Die gestrichelte Linie umfasst die Region, aus der 90% der Röntgenemission stammen, die gepunktete Linie zeigt zum Vergleich jeweils die Röntgenkontur bei dem Wert aus der jeweils nebenstehenden Abbildung. Das Magnetfeld wurde in beiden Darstellungen gleich skaliert, die Einheit der Achsenbeschriftung ist in Mpc.

gleicher Masse. Die Darstellung entspricht der in Abbildung (5.7). Der Unterschied in den dargestellten Galaxienhaufen besteht darin, dass sich der Galaxienhaufen in der rechten Darstellung, erkennbar an der ausgedehnten Struktur in der Röntgenemission, kurz nach einem Verschmelzungsereignis befindet. Dabei hat sich der Überrest des mit dem Galaxienhaufen kollidierten Objektes, aufgrund seiner beim Einfall gewonnenen Geschwindigkeit, gerade wieder vom Zentrum des Galaxienhaufens entfernt, bevor es erneut in den Galaxienhaufen stürzen wird. Durch dieses extreme Ereignis wird das Gas im Galaxienhaufen durch Schocks stark erhitzt, weswegen die Röntgenemission deutlich ausgedehnter ist. Das Magnetfeld folgt in seiner Stärke deutlich dieser ausgedehnten Struktur. Das einfallende Objekt scheint auch schon wieder in der Bewegung in den Galaxienhaufen hinein zu sein, da die Region mit dem stärksten Magnetfeld sich im Zentrum befindet und sogar leicht orthogonal zu der im Röntgenlicht zu sehenden Struktur ausgeprägt ist. Dies ist die Stelle, an der das Gas bei dem Wiedereinfall am stärksten komprimiert wird. Trotz der gleichen Gesamtmasse hat dieser Galaxienhaufen insgesamt ein etwas geringeres Magnetfeld als derjenige in der linken Darstellung. Dies liegt daran, dass das Magnetfeld in der Phase des Verschmelzens, in der der einfallende Teil sich kurzzeitig vom Haufenzentrum wieder entfernt, durch die dadurch entstehende Expansionsbewegung des Gases schwächer wird. Dies

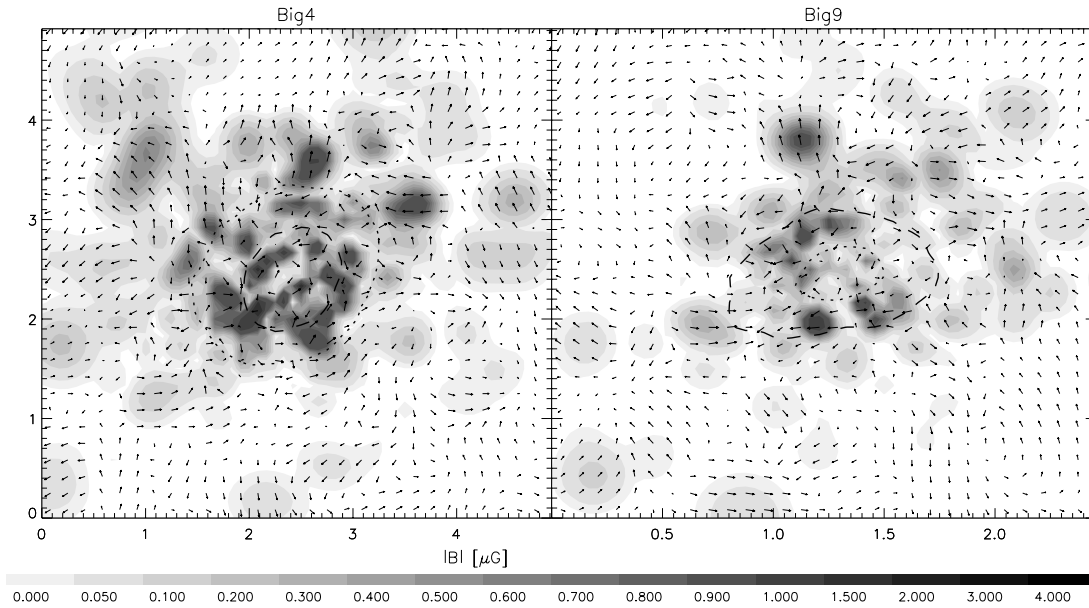


Abbildung 5.8: Diese Abbildung zeigt Schnitte durch zwei simulierte Galaxienhaufen. Beide haben ungefähr dieselbe Masse, derjenige in der rechten Darstellung ist jedoch kurz nach einem Verschmelzungsereignis, während der in der linken Abbildung dargestellte Galaxienhaufen relativ relaxiert ist. Die graue Fläche repräsentiert die absolute Magnetfeldstärke $|\vec{B}|$ entsprechend der Legende unterhalb der Abbildung. Die Pfeile zeigen das Magnetfeld in diesen Ebenen. Die Länge der Pfeile wurden der Übersicht halber logarithmisch skaliert. Die gestrichelte Linie umfasst die Region, aus der 90% der Röntgenemission stammen, die gepunktete Linie zeigt zum Vergleich jeweils die Röntgenkontur bei dem Wert aus der jeweils nebenstehenden Abbildung. Das Magnetfeld wurde in beiden Darstellungen gleich skaliert, die Einheit der Achsenbeschriftung ist in Mpc.

zeigt, dass im Allgemeinen ein derartiges Verschmelzungsereignis einen großen Einfluss auf die Entwicklung des Magnetfeldes hat.

5.3.3 Merger, zusammen wird's stärker

Verschmelzungsereignisse kommen nicht selten während der Entstehung von Galaxienhaufen vor. Als die größten gebundenen Objekte im Universum entstehen Galaxienhaufen in der Regel an Stellen, an denen mehrere Filamente zusammenlaufen. Die Konzentration der Materie auf die Filamente und die anschließende Verschmelzung der Objekte, bevorzugt entlang dieser Strukturen, führt zu einem sehr komplexen Vorgang von Ausrichtung und anschließender Kompression der Magnetfelder. Dieser führt offenbar zu einer effektiveren Verstärkung der Magnetfelder. Deutlich wird dies in Abbildung (5.9). In dieser Abbildung ist die Fläche \mathcal{F}^5 dargestellt, die ein Rotati-

⁵Projizierte Flächen sind zwangsweise abhängig von der Größe des Galaxienhaufens. Um diesen Effekt wenigstens teilweise zu kompensieren, habe ich diese Fläche anhand der Fläche, in welcher der Galaxienhaufen im Röntgenlicht erscheint, normiert.

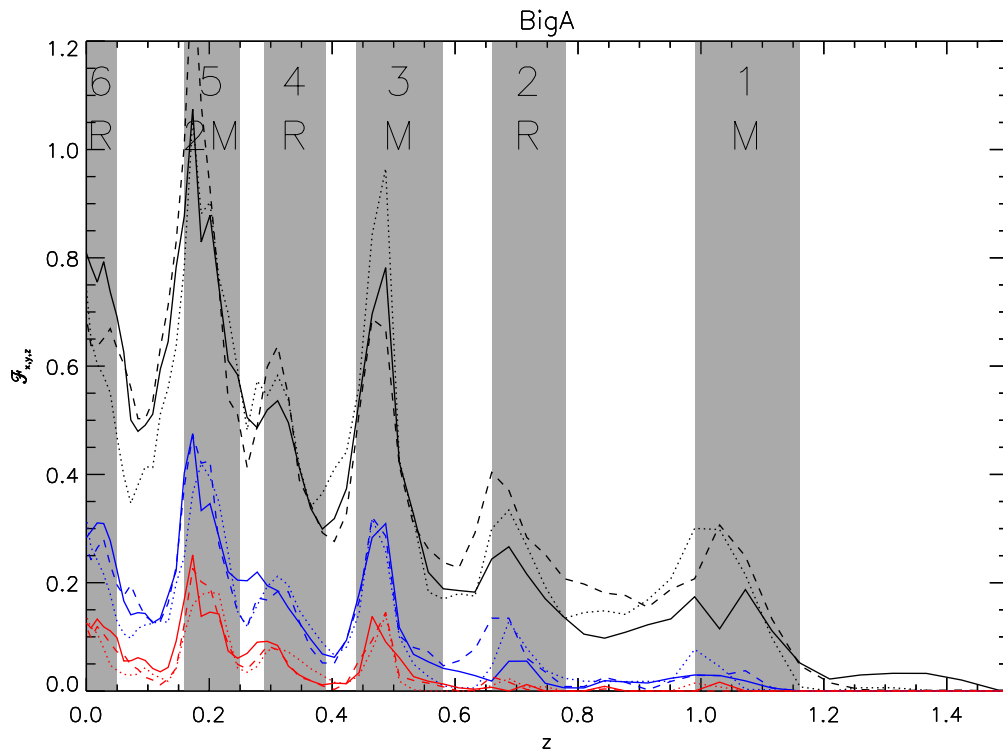


Abbildung 5.9: Die Abbildung zeigt, wie die Fläche \mathcal{F} , auf der das Rotationsmaß einen vorgegebenen Grenzwert übersteigt, mit der Zeit entwickelt. Die drei verschiedenen Linientypen entsprechen jeweils den drei Projektionsrichtungen entlang der X-, Y- und Z-Achse, die verschiedenen Linienfarben repräsentieren die drei verschiedenen Grenzwerte 5 (schwarz), 20 (blau) und 50 rad/m^2 (rot). Die Flächenangaben sind in Einheiten der Fläche, aus der 90% der Röntgenemission stammen. Die Bezeichnungen **M** und **R** stehen dabei für Verschmelzungsereignis (*Merger*) und Rebound.

onsmaß größer als 5 (schwarze Linie), 20 (blaue Linie) oder 50 rad/m^2 (rote Linie) aufweist. Als Funktion der Rotverschiebung dargestellt, ergibt sich so die zeitliche Entwicklung dieser Größe. Dies soll zeigen, wie sich das Magnetfeld im Galaxienhaufen mit der Zeit entwickelt. Im Mittel steigt dieser Wert während der Bildung des Galaxienhaufens stetig an. Im Detail treten jedoch in unregelmäßigen Abständen klar sichtbare, lokale Maxima auf. Die verschiedenen Linientypen unterscheiden die drei unabhängigen Projektionen in X-, Y- und Z-Richtung. Klar zu sehen ist, dass dieser Effekt unabhängig von der Projektionsrichtung auftritt. Schaut man sich die Entwicklung des Galaxienhaufens im Detail an, so ist deutlich zu erkennen, dass diese Maxima mit Verschmelzungsereignissen im Galaxienhaufen einhergehen. Die grauen Flächen in Abbildung (5.9) deuten die Bereiche an, für die in Abbildung (5.10) eine detailliertere Studie zu sehen ist. Die Zahl gibt dabei die Referenz zu der entsprechenden Zeile in Abbildung (5.10) an. Das einfallende Objekt wird bei einem Verschmelzungsereignis nicht sofort komplett zerstört, sondern läuft vielmehr durch den Galaxienhaufen hindurch und tritt größtenteils an der gegenüberlie-

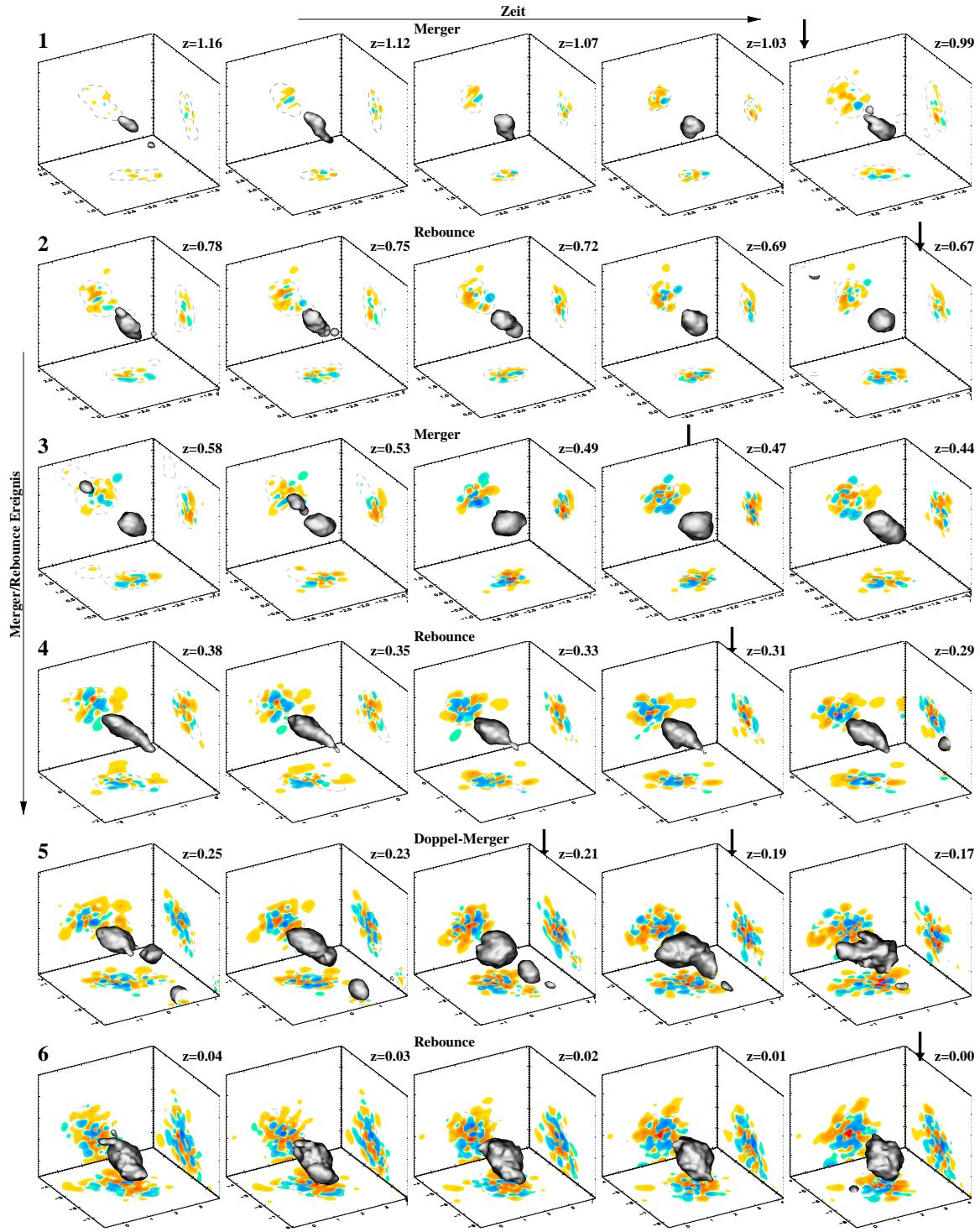


Abbildung 5.10: Diese Darstellung zeigt die Entwicklung des Galaxienhaufens **BigA** für die Zeiträume, die in Abbildung (5.9) grau hinterlegt sind. Die Pfeile markieren die ungefähren Zeitpunkte der Maxima aus Abbildung (5.9).

genden Seite wieder aus, bevor es wieder in den Galaxienhaufen zurückstürzt. Nicht nur ein Verschmelzungsereignis, sondern auch dieses Wiedereinfallen (Rebounce) erzeugt ein Maximum im Rotationsmaß, zu sehen in Abbildung (5.9). Abbildung (5.10) zeigt nun das Aussehen des Galaxienhaufens in seiner zeitlichen Abfolge von links nach rechts. Jede Zeile entspricht dabei zeitlich einem der grauen Bereiche, mit denen die Maxima in Abbildung (5.9) gekennzeichnet sind. Die ungefähre zeitliche Position dieser Maxima ist durch den jeweiligen Pfeil in Abbildung (5.10) markiert. Deutlich zu erkennen ist, dass die Maxima jeweils zu dem Zeitpunkt auftreten, an dem das einfallende Objekt dem Zentrum des Galaxienhaufens am nächsten ist. In dieser Konfiguration wirkt der Galaxienhaufen am kompaktesten und ist ziemlich rund. Während einer derartigen Verschmelzung tritt das eingefallene Objekt zwischenzeitlich wieder aus dem Kernbereich des Galaxienhaufens aus. Dieser wird somit zu einem länglichen, zigarrenförmigen Objekt. Das Signal in Abbildung (5.9) nimmt nun wieder ab, solange bis das Objekt wieder ins Zentrum zurückfällt, oder ein neues Objekt mit dem Galaxienhaufen verschmilzt. Das Abnehmen der Fläche \mathcal{F} ist dadurch zu erklären, dass, während sich das einfallende Objekt wieder vom Zentrum entfernt, das Gas im Galaxienhaufen somit verdünnt wird, und das Magnetfeld wieder an Stärke abnimmt.

5.3.4 Scherströmungen, der Weg zu Kelvin-Helmholtz

Die dynamische Entwicklung des Galaxienhaufens hat, wie in den vorangegangenen Abschnitten veranschaulicht, einen großen Einfluß auf die Entwicklung des Magnetfeldes. Der Ursprung dieser Verstärkungen des Magnetfeldes, zusätzlich zu der Komprimierung, liegt in dem Auftreten von Scherströmen. In diesen werden Magnetfelder durch die Bildung lokaler Strukturen gestreckt und ausgerichtet. Anschließend können sie dann zu erhöhten Feldstärken verstärkt werden. Dies steht oft im Zusammenhang mit Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten. Durch diese Instabilitäten entstehen magnetische Filamente, deren Feldstärke deutlich größer ist als die der Umgebung. Eine notwendige Voraussetzung für derartige Instabilitäten ist ein relativer Geschwindigkeitsunterschied zwischen zwei Grenzschichten, der größer als die lokale Alfvégeschwindigkeit ist. Derartige Grenzschichten können durch das entlang der Filamente strömende Gas gebildet werden. Auch bei Verschmelzungsprozessen entstehen zwischen dem einfallenden Objekt und dem bereits im Galaxienhaufen vorhandenem Gas derartige Grenzschichten. Daher treten bei einem Verschmelzungsereignis sehr viele Gebiete mit derartigen Scherströmungen auf. Dort wird das Magnetfeld überproportional verstärkt, was erklärt, warum das Magnetfeld bei den Verschmelzungsereignissen derart anwächst [Dolag et al. 1999].

Die Alfvégeschwindigkeit

$$v_A = \sqrt{\frac{\vec{B}^2}{4\pi\rho}} \propto 100 \frac{km}{sec} \times \frac{|\vec{B}|}{\mu G} \times \left(\frac{\rho}{10^{-27} gr/cm^3} \right)^{-1} \quad (5.9)$$

ist proportional zur Stärke des magnetischen Feldes. Für die schwachen Magnetfelder in den Ga-

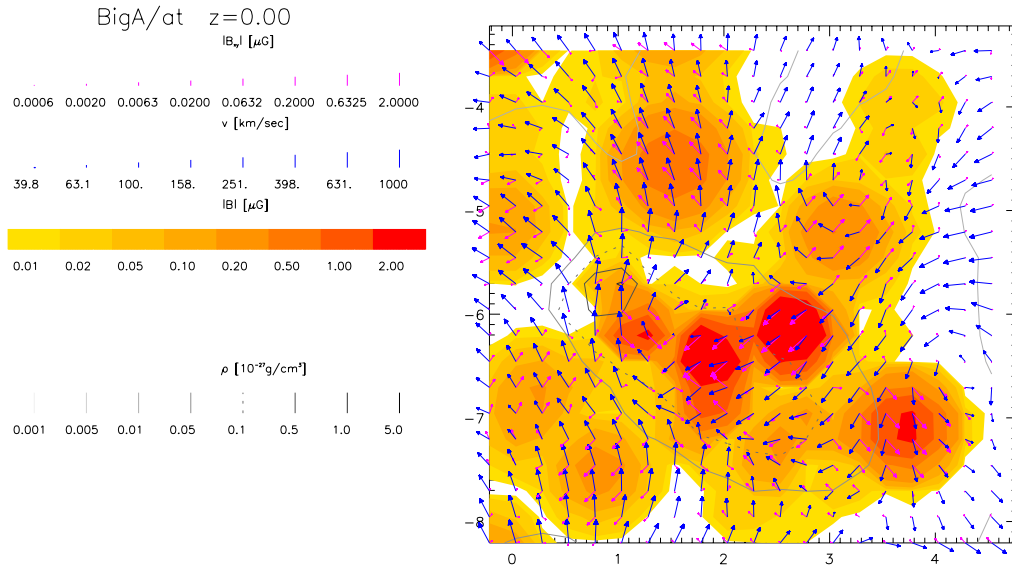


Abbildung 5.11: Dargestellt ist ein Schnitt durch einen Galaxienhaufen. Die graue Fläche repräsentiert den Absolutwert des Magnetfeldes. Die Pfeile repräsentieren entsprechend der Legende das Geschwindigkeitsfeld des Gases und das Magnetfeld in dieser Ebene. Die Konturlinien folgen den Dichtekonturen und zeigen damit die Struktur des Galaxienhaufens. Deutlich ist der Verlauf einer Scherströmung von rechts oben bis ins Zentrum des Galaxienhaufens zu sehen. Unterhalb dieser Linie strömt das Gas in den Galaxienhaufen, oberhalb aus ihm heraus.

Galaxienhaufen und den typischen Geschwindigkeiten von 1000 km/sec ⁶ finden sich häufig Gebiete, in denen die Bedingungen zur Entstehung von Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten auftreten. Dies wurde erstmals in einer Arbeit von [Livio et al. 1980] vorhergesagt. Detaillierte Simulationen über die Verstärkung von Magnetfeldern in Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten in Scherströmungen, wie sie typischerweise in der Umgebung von Galaxien auftreten, wurden von [Birk et al. 1998] durchgeführt. Auch sie fanden dabei lokale Verstärkungen des Magnetfeldes um einen Faktor zehn bis zu einigen Hundert. Dies ist kompatibel mit den Verstärkungen, die in meinen Simulationen von Galaxienhaufen auftreten. Der genaue Wert dieser Verstärkung hängt jedoch von der Auflösung ab. Je höher die Auflösung gewählt wird, desto mehr Stellen finden sich in einem Galaxienhaufen, an denen derartige Instabilitäten das Magnetfeld verstärken. Allerdings sind diese Schichten, betrachtet bei einer höheren Auflösung, dünner. Dies führt wiederum zu einer Verringerung der Netto-Verstärkung des Magnetfeldes. Würde man die Auflösung extrem erhöhen, würde noch hinzukommen, dass dissipative Prozesse, wie beispielsweise Rekonnektion von Magnetfeldlinien, in diesen Schichten wichtig werden. Daher müssten dann die Annahmen der idealen MHD fallen gelassen werden. Insgesamt ist der Einfluss der verwendeten Auflösung auf die erhaltene Verstärkung so, dass wir das erhaltene Magnetfeld als untere Schranke für das wahre, aus unseren Anfangsbedingungen hervorgehende Magnetfeld betrachten können. Da die

⁶Das ist typischerweise die Geschwindigkeitsdispersion von Galaxien, die sich im Potential des Galaxienhaufens bewegen.

Verstärkung bei der verwendeten Auflösung bereits so groß ist, dass die nötigen Anfangsfelder im Bereich dessen liegen, was Modelle für diese Art von Anfangsmagnetfeldern vorhersagen, ist dies dennoch eine wichtige Erkenntnis.

5.3.5 Verschiedene Kosmologien, verschiedene Felder

Da die Stärke und Struktur des heutigen Magnetfeldes durch die Entwicklung der Galaxienhaufen dominiert ist, stellt sich die Frage, welchen Einfluss die unterschiedliche Entwicklung der Galaxienhaufen für verschiedene Kosmologien hat. Eine häufig gestellte Frage ist: Haben Galaxienhaufen in einem Universum mit niedriger Dichte (**FlatLow**) mehr Substruktur als in einem Universum mit hoher Dichte (**EdS**) ? Die Antwort auf diese Frage ist nicht trivial. Dies liegt daran, dass es zwei unterschiedliche, gegenläufige Prozesse bei der Entstehung der Galaxienhaufen in verschiedenen Kosmologien gibt. Im allgemeinen entstehen die großskaligen Strukturen, und damit die Galaxienhaufen, in einem Universum mit niedriger Dichte früher. Dies hat den Effekt, dass die Strukturen, da früher gebildet, mehr Zeit haben, wieder in einen Gleichgewichtszustand zu gelangen. Dieser hätte dann eine höhere Symmetrie. Weiter würde man erwarten, dass die Galaxienhaufen somit relaxierter sind. Damit hätten diese Objekte weniger Substruktur. Relaxierter würde jedoch auch bedeuten, dass sich die Temperatur des Gases dem Potential des Galaxienhaufens entsprechend eingestellt hat und keine Geschwindigkeitskomponenten mehr aus den Verschmelzungsereignissen übrig geblieben sind. Damit sitzt das Gas etwas tiefer im Potentialtopf der Dunklen Materie. Der Galaxienhaufen ist somit auch kompakter. Dies gilt für alle Objekte, die in einem Universum mit niedriger Dichte entstehen. Somit sind auch die Vorläufer-Objekte bei einem Verschmelzungsereignis kompakter. Damit bleibt das einfallende Objekt länger erhalten, bevor es durch dynamische Reibung und Gezeitenkräfte im Galaxienhaufen zerrissen und aufgelöst wird. Damit würden diese Komponenten länger sichtbar sein. Somit wäre zu erwarten, dass Galaxienhaufen in einem Universum mit niedriger Dichte mehr Substruktur zeigen. Welcher dieser beiden Effekte überwiegt nun? Auf diese Frage gibt es keine allgemein anerkannte Antwort, da diese auch davon abhängt, was man als Substruktur definiert. Die Entwicklung des Magnetfeldes jedenfalls scheint relativ unbeeinflusst von der Kosmologie zu sein.

Abbildung (5.12) zeigt die mittlere Entwicklung des Magnetfeldes in Galaxienhaufen für zwei verschiedene Kosmologien. Hierbei ist wieder analog zur Abbildung (5.9) die Fläche \mathcal{F} dargestellt. Die Abbildungen zeigen die über die drei Projektionsrichtungen gemittelte Größe zu jeweils zehn Zeitpunkten zwischen $z = 0.7$ und $z = 0$. Die Kurven für die drei Grenzwerte 20 (schwarz), 50 (dunkelgrau), und 100 rad/m² (hellgrau) sind zusätzlich durch verschiedene Liniendicken gekennzeichnet, während die verschiedenen magnetischen Anfangsbedingungen aus Tabelle (5.1) durch verschiedene Linienarten repräsentiert werden. Zusätzlich zu den jeweils zehn verschiedenen Realisationen in den verschiedenen Kosmologien ist jeweils rechts unten noch der Mittelwert durch Datenpunkte dargestellt. Die Linien sind dabei die beste Näherung durch eine

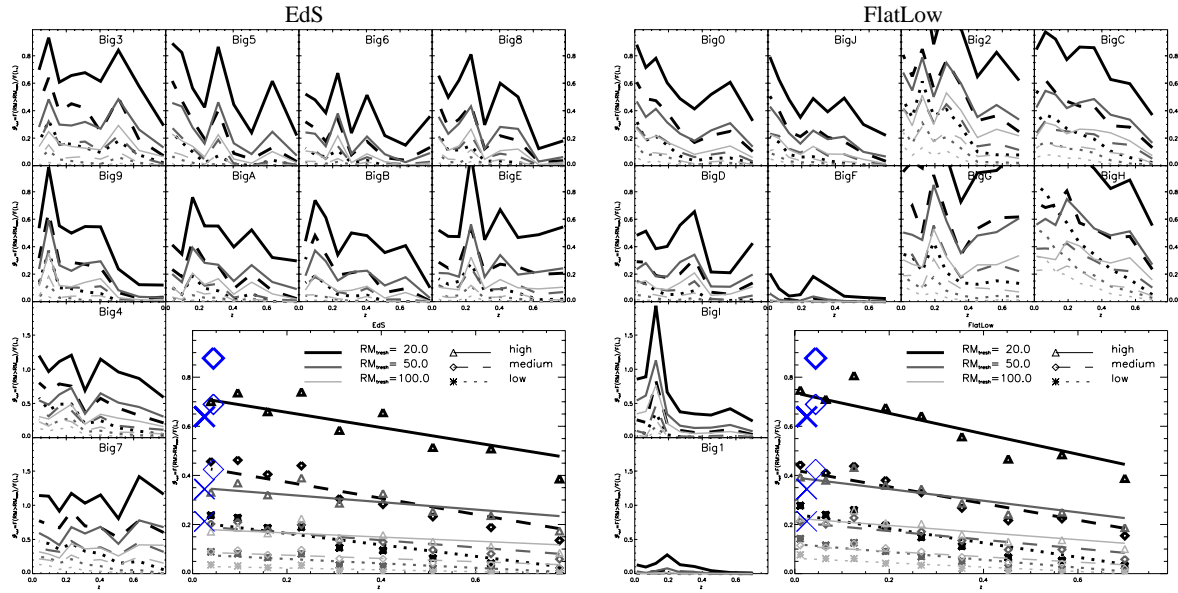


Abbildung 5.12: Die Abbildung zeigt, wie sich die Fläche \mathcal{F} aus Abbildung (5.9) mit der Zeit entwickelt. Die kleinen Abbildungen zeigen dies jeweils für die zehn verschiedenen Realisationen der **EdS**-Kosmologie (links) und der **FlatLow**-Kosmologie (rechts), die große Abbildung zeigt den Mittelwert über jeweils alle zehn Modelle. Die verschiedenen Linientypen unterscheiden jeweils die drei verschiedenen Anfangsbedingungen für das Magnetfeld aus Tabelle (5.1). Die verschiedenen Grautöne der Linien unterscheiden die drei verschiedenen Grenzwerte 20 (schwarz), 50 (dunkelgrau), und 100 rad/m^2 (hellgrau). In der großen Abbildung sind die Mittelwerte entsprechen der Legende als Symbole abgebildet. Zusätzlich ist jeweils die beste lineare Näherung als Linie dargestellt. Die aus den Beobachtungen gewonnenen Vergleichswerte sind für die Sammlung von Rotationsmaßen (Kreuze) und den Galaxienhaufen A119 (Rauten) dargestellt.

lineare Funktion. Obwohl die Entwicklung der einzelnen Objekte sehr unterschiedlich verläuft, zeigt der Mittelwert über die jeweils zehn Realisationen den allgemeinen Trend sehr deutlich und mit nur geringen Schwankungen um das dargestellte lineare Wachstum. Der Unterschied, der sich für dieses mittlere Wachstum in den zwei verschiedenen Kosmologien ergibt, fällt auch nur sehr gering aus. Zum Vergleich sind zusätzlich noch Datenpunkte aus den Beobachtungen eingezeichnet. Diese sind aus den gesammelten Rotationsmaßdaten aus Abbildung (1.7) berechnet und durch die Kreuze dargestellt. Hierfür wurde die Größe eines beobachteten Galaxienhaufens im Röntgenlicht durch den halben Abellradius abgeschätzt. Aus allen Messungen innerhalb diese Radius wurde anschließend das Verhältnis von Messungen mit einem Wert über dem Grenzwert 20, 50, oder 100 rad/m^2 zur Gesamtzahl der verbliebenen Messungen gebildet. Die Rauten zeigen dasselbe Verhältnis für die Messungen der zwei ausgedehnten Quellen innerhalb der Röntgenkonturen im Galaxienhaufen A119 aus Abbildung (1.6).

Kapitel 6

Simulationen unter der Lupe

In diesem Kapitel möchte ich im Detail darauf eingehen, wie man aus den Simulationen künstliche Messungen erhält. Durch den Vergleich von Beobachtungen mit künstlich generierten Daten lassen sich Aussagen über die Eigenschaften des ursprünglichen Magnetfeldes, das sich zu der heutigen Magnetfeldkonfiguration entwickelt hat, ableiten. Auch erhält man durch einen derartigen Vergleich die Möglichkeit, die Interpretation derartiger Messungen zu bewerten. Anschließend diskutiere ich, welche Auswirkungen das Magnetfeld in meinen Simulationen auf die Dynamik in den Galaxienhaufen hat. Viele Messungen und Interpretationen dieser Messungen beruhen auf vereinfachenden Annahmen. Eine davon ist meistens die Vernachlässigung des Magnetfeldes. Häufig wird die Frage gestellt, was ein vorhandenes Magnetfeld an diesen Messungen ändert. Diese möchte ich im zweiten Abschnitt dieses Kapitels ausführlich beantworten.

6.1 Simulierte Drehung, frei nach Faraday

Das im Intergalaktischen Gas eingebettete Magnetfeld gibt dem Gas an jedem Ort eine Vorzugsrichtung. Daher wirkt ein magnetisiertes Plasma doppelbrechend. Dies bedeutet, dass zirkular polarisiertes Licht abhängig von der Richtung der Polarisation einen unterschiedlichen Brechungsindex sieht. Dies führt dazu, dass die Richtung der Polarisation von linear polarisiertem Licht, abhängig von seiner Wellenlänge, der Richtung und der Stärke des Magnetfeldes, gedreht wird. Dies wird Faraday-Rotation genannt. Die Polarisation des Lichts wird auf seinem Weg durch den Galaxienhaufen ständig entsprechend den lokal herrschenden Bedingungen gedreht; beobachtbar ist daher nur der integrale Effekt entlang einer Sichtlinie durch den Galaxienhaufen. Beobachtet man nun dieselbe, linear polarisierte Quelle bei mehreren Frequenzen, so lässt sich das so genannte Rotationsmaß

$$R_m = \frac{\Delta\phi}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} = \frac{e^3}{2\pi m_e^2 c^4} \int n_e B_{||} dl. \quad (6.1)$$

berechnen. Um diese Größe aus den Simulationen berechnen zu können, wird ein Würfel, zentriert auf die Position des Galaxienhaufens, aus den Simulationen ausgeschnitten. Hierzu werden

alle physikalischen Größen entsprechend dem SPH-Formalismus auf ein regelmäßiges Gitter extrapoliert. Für die Kantenlänge dieses Würfels wurde von mir in der Regel 5Mpc gewählt. Um den Rechenaufwand in Grenzen zu halten, besteht das verwendete Gitter aus 60^3 Gitterpunkten. Sind alle benötigten physikalischen Größen auf dem Datenwürfel einmal berechnet, so lassen sich Projektionen entlang der 3 Koordinatenachsen auf sehr einfache Weise berechnen.

Abbildung (6.1) zeigt eine Visualisierung der zehn Realisationen für das **EdS**-Universum mit dem mittleren anfänglichen Magnetfeld. Die Wände des Würfels zeigen projizierte Werte, wie sie ein Beobachter aus der entsprechenden Richtung messen würde. Dargestellt sind die Rotationsmaße durch die blau-roten Flächen. Die Farbcodierung entspricht dabei der Skalierung unterhalb der Abbildungen. Diese können beispielsweise mit den Messungen für den Coma-Galaxienhaufen aus Abbildung (1.5) verglichen werden. Zusätzlich zeigen die grauen Konturlinien die projizierten Dichtekonturen. Dabei markiert die gestrichelte Kontur die halbe zentrale Dichte¹. Die grüne gestrichelte Kontur umgibt die Fläche, aus der jeweils 90% der Röntgenleuchtkraft stammen². Der graue Klumpen in der Mitte beschreibt eine Fläche konstanter Dichte und gibt einen Eindruck über die dreidimensionale Struktur des Galaxienhaufens. Damit kann die Form dieser Fläche einen Hinweis auf den dynamischen Zustand des Galaxienhaufens geben. Beispielsweise deutet die runde und kompakte Form in Modell *Big6* auf ein relaxiertes System hin. Die ausgedehnte, asymmetrische Struktur in Modell *Big5* und *Big9* deuten auf eine Spätphase eines heftigen Verschmelzungsereignisses hin. Dagegen steht Modell *BigE* kurz vor einem solchen Ereignis, was daran zu erkennen ist, dass die einzelnen Komponenten noch kompakt und gut zu unterscheiden sind. Zusätzlich sind noch die Magnetfeldvektoren in einem Schnitt dargestellt, gekennzeichnet durch die lila Ebene. Damit die Felder auch im Außenbereich noch gut zu erkennen sind, ist die Länge der gezeichneten Magnetfeldvektoren logarithmisch skaliert.

Diese so gewonnenen künstlichen Messungen des Rotationsmaßes können nun verwendet werden, um Beobachtungen mit den Modellen zu vergleichen oder auch um festzustellen, wie sich die beobachteten Größen für verschiedenen Modelle ändern. Schon in dieser Darstellung ist gut zu erkennen, dass diese künstlichen Rotationsmaßkarten einige der Eigenschaften der beobachteten Rotationsmaße im Coma-Galaxienhaufen aus Abbildung (1.5) gut reproduzieren. Ausgedehnte Gebiete in derselben Farbe zeigen, ähnlich wie in den Beobachtungen, große Gebiete mit demselben Vorzeichen des Rotationsmaßes. Gleichzeitig zeigen die auftretenden scharfen Übergänge von rot nach blau, dass sich das Rotationsmaß, wie auch im Coma-Galaxienhaufen beobachtet, auf kleinen Skalen dramatisch ändern kann. Statistische Methoden werden später helfen, quantitative Aussagen darüber zu machen, ob die Modelle mit den Messungen kompatibel sind.

¹Dies kann als Anhaltspunkt für den Kern-Radius des Galaxienhaufens genommen werden.

²Dies kann in etwa als Abschätzung für die Größe des Galaxienhaufens im Röntgenlicht verwendet werden.

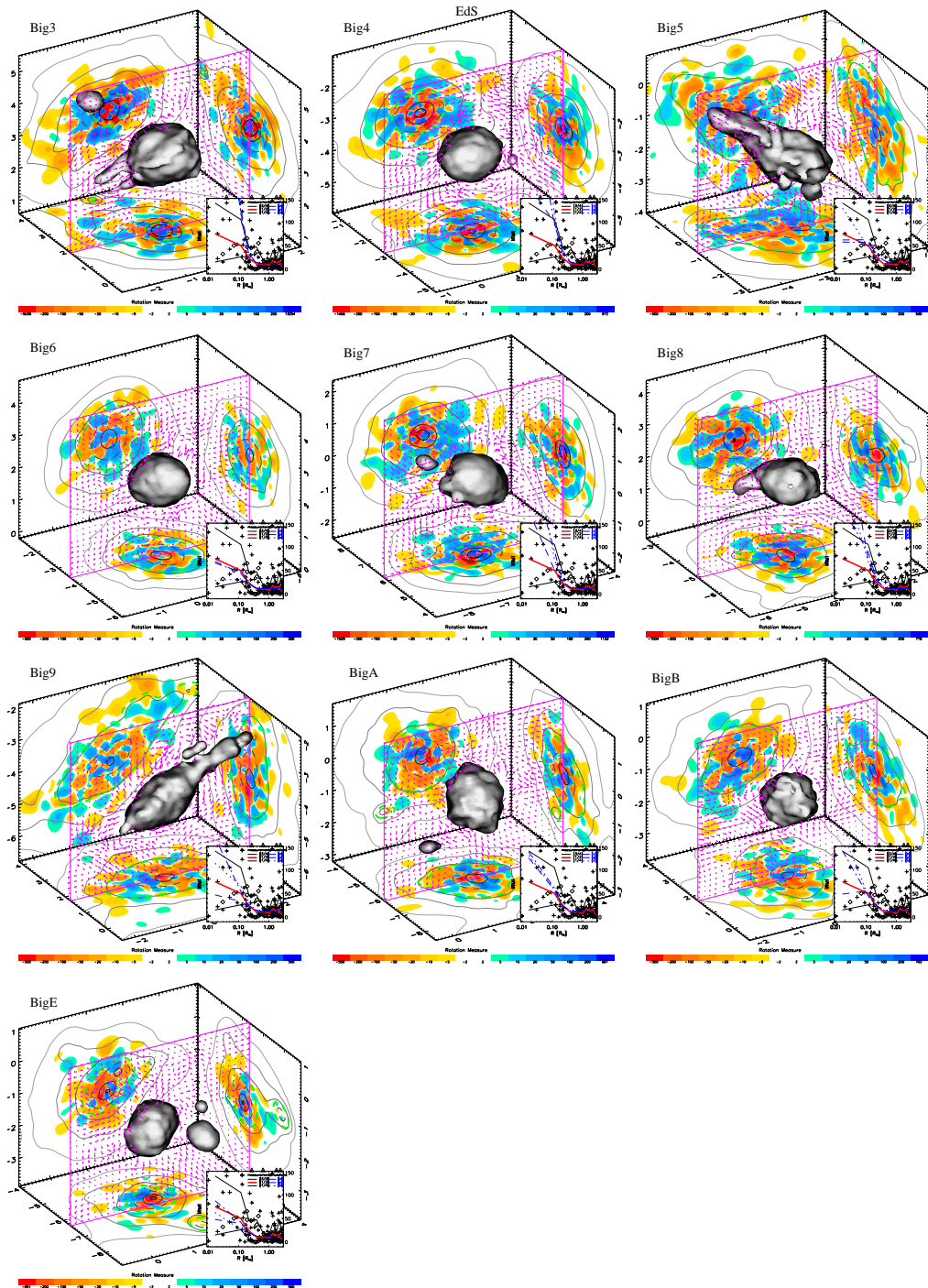


Abbildung 6.1: Dargestellt ist eine dreidimensionale Visualisierung aller zehn Realisationen für das **EdS**-Universum mit dem mittleren anfänglichen Magnetfeld. Gezeigt ist das projizierte Rotationsmaß (rot/blau Flächen), die Form des Galaxienhaufens (graue, dreidimensionale Fläche konstanter Dichte) und ein Schnitt durch das Magnetfeld (lila Ebene).

6.1.1 Magnetfeld heute, Magnetfeld gestern

Durch die freie Wahl der Anfangsbedingungen für das Magnetfeld ergibt sich die Möglichkeit, zwei prinzipiell unterschiedliche Eigenschaften in der Entwicklung des Magnetfeldes zu untersuchen. Die erste ist die Entwicklung der Magnetfeldstärke. Zweitens ist von Interesse, wie sich die Struktur des Magnetfeldes, vorgegeben durch die Struktur des anfänglichen Magnetfeldes, mit der Zeit entwickelt. Die Untersuchungen, welche Auswirkungen die Wahl des anfänglichen Magnetfeldes auf dessen Entwicklung und somit auf das heute beobachtbare Magnetfeld hat, können sehr interessante Ergebnisse liefern. Hat man genügend viele Simulationen mit verschiedenen Anfangskonfigurationen für das Magnetfeld zu Verfügung, so lässt sich diese Fragestellung umkehren und die viel interessantere Frage beantworten, wieviel Energie in ein derartiges Anfangsmagnetfeld gesteckt werden und welche Geometrie es haben muss, damit es sich schließlich zu dem heute beobachteten Magnetfeld entwickeln kann.

Bei den Magnetfeldern in Galaxienhaufen handelt es sich um Felder, deren Energieinhalt, verglichen mit den anderen dynamischen Größen im Galaxienhaufen, relativ klein ist. Somit wird die Entwicklung des Magnetfeldes von dem Gravitationskollaps dominiert. Dadurch beeinflusst die Wahl der Stärke des anfänglichen Magnetfeldes in etwa linear die Stärke des Magnetfeldes im Endstadium des Galaxienhaufens. Die Verstärkung durch den Entstehungsprozess des Galaxienhaufens ist in dem Bereich, den wir hier betrachten wollen, unabhängig von der Stärke des anfänglichen Magnetfeldes. Wie stark das anfängliche Magnetfeld in meinen Modellen sein muss, um die im Moment zugänglichen Messungen zu reproduzieren, zeigt sich erst bei Vergleichen von synthetisch aus meinen Simulationen erzeugten Messungen mit realen Messungen. Darauf werde ich jedoch erst später detailliert eingehen. Abbildung (6.2) zeigt eine Realisation eines Galaxienhaufens für vier verschiedene Anfangsmagnetfelder, wobei das Anfangsmagnetfeld sowohl in seiner Stärke, als auch in seiner Struktur variiert wird. Deutlich zu sehen ist, wie das Rotationsmaßmuster mit zunehmendem Magnetfeld intensiver wird. Dies bedeutet, dass das Magnetfeld im Galaxienhaufen zunimmt. Gleichzeitig nimmt auch die Fläche zu, auf der ein Rotationsmaß bestimmt werden kann. Dies liegt daran, dass bei höheren Anfangsfeldern das Magnetfeld auch in Bereichen, die weiter weg vom Zentrum liegen, zu messbaren Werten verstärkt wird. Das leicht unterschiedliche Aussehen der Fläche konstanter Dichte ist auf die Rückwirkung des Magnetfeldes auf das Gas im Galaxienhaufen zurückzuführen. Diese Unterschiede sind in diesem Fall sehr gering, können jedoch bei Verschmelzungsereignissen im Zentrum von Galaxienhaufen deutlich größer ausfallen.

Eine weitere interessante Frage, die sich stellt, ist, welchen Einfluss die Strukturen des anfänglichen Magnetfeldes auf die Entwicklung des Magnetfeldes haben. Insbesondere ist von Interesse, ob sich durch die Struktur des anfänglichen Feldes die Verstärkung des Magnetfeldes während der Bildung des Galaxienhaufens ändert. Dies beinhaltet natürlich auch die Frage, ob die Struktur dieses anfänglichen Feldes Einfluss auf die Struktur des heutigen Magnetfeldes hat. Hierfür wurden die Realisationen der **EdS**-Kosmologie mit zwei extremen Anfangsstrukturen simuliert.

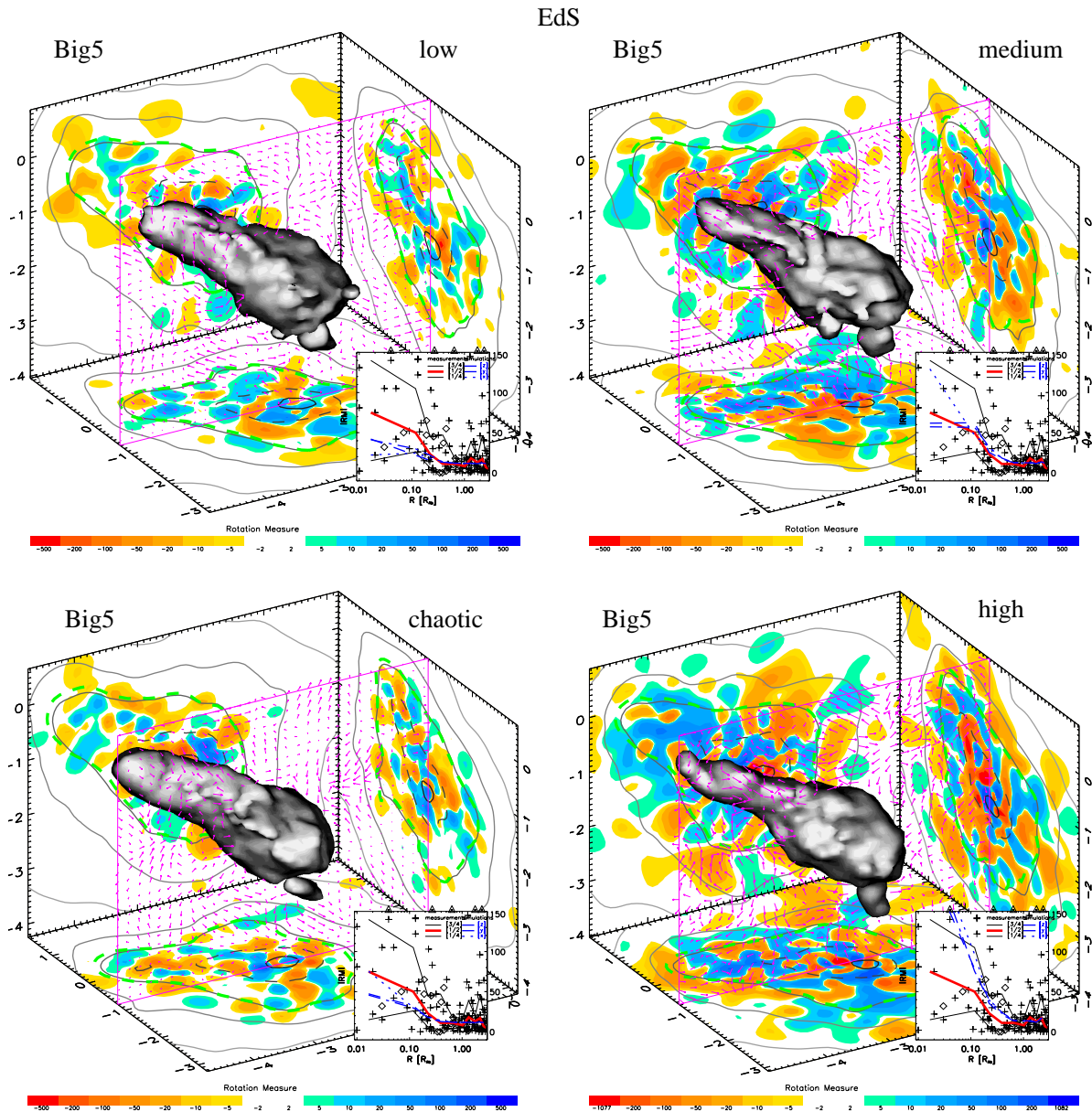


Abbildung 6.2: Gezeigt ist das Aussehen eines Galaxienhaufens für die drei verschiedenen Anfangsmagnetfelder *low* (links oben), *medium* (rechts oben), *high* (rechts unten) und *chaotic* (links unten) aus Tabelle (5.1). Dargestellt sind jeweils die projizierten Faraday-Rotationsmaße (blau-rote Flächen), die projizierte Dichte (graue Konturen) und die Fläche, aus der 90% der Röntgenemission (grüne Kontur) stammen. Die dreidimensionale Struktur (graue Kugel) ist eine Fläche konstanter Dichte und zeigt die Form des Galaxienhaufens im Dreidimensionalen, die lila Ebene stellt einen Schnitt durch das Magnetfeld dar.

Die normalen Simulationen starten mit einem homogenen Anfangsfeld³, da somit das Anfangs-

³Der Einfachheit halber wird allen Teilchen das gleiche Magnetfeld entlang einer der Koordinatenachsen zugewiesen.

magnetfeld einfacher zugewiesen und seine Stärke besser kontrolliert werden kann. Zusätzlich wurden für das mittlere Magnetfeld diese Realisationen mit einem chaotischen Anfangsmagnetfeld simuliert. Dabei wurde das chaotische Anfangsfeld so erzeugt, dass die mittlere Energiedichte $\langle |\vec{B}|^2 \rangle / 4\pi$ gleich derjenigen mit dem homogenen Anfangsfeld ist.

Um ein chaotisches Anfangsfeld mit der Eigenschaft $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ zu erzeugen, wird zuerst ein Zufallsfeld im Fourierraum ausgewürfelt. Die Amplitude dieses Feldes wird so erzeugt, dass sie einem Spektrum $P_B(k) = A_0 k^\alpha$ mit dem Exponenten $\alpha = 5/3$ für ein Kolmogorov-Leistungsspektrum folgt. Hierzu wird das Gitter, auf dem die Teilchen im Realraum liegen, in den Fourierraum transformiert. Dann wird für jeden Gitterpunkt ein zufälliges B_k aus einer Gaussverteilung mit der Breite $P_B^{1/2}(k)$ bestimmt. Anschließend kann ein zufälliger Winkel aus einer Gleichverteilung von 0 bis 2π bestimmt werden. Der zweite Winkel, der benötigt wird, um \vec{B}_k eindeutig zu charakterisieren, ergibt sich als Lösung der Gleichung $\vec{k} \cdot \vec{B}_k = 0$, dem Äquivalent zu $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ im Fourierraum. Anschließend erhält man das Magnetfeld \vec{B} im Normalraum durch eine Fourierrücktransformation von \vec{B}_k . Den Extremfall für ein chaotisches Feld erhält man, wenn man für die Größe des Gitters im Fourierraum den inversen, minimalen Gitterabstand Δx_0 der Teilchen im Normalraum benutzt. A_0 kann dann so gewählt werden, dass die mittlere Energiedichte des so erzeugten Feldes gleich der mittleren Energiedichte des vergleichbaren homogenen Feldes ist.

Abbildung (6.3) zeigt, ähnlich wie in den vorangegangenen Abbildungen, die Fläche, auf der das Rotationsmaß die Grenzwerte 10 (durchgezogene Linien), 50 (gepunktete Linien) und 200 Rad/m^2 (gestrichelte Linien) überschreitet, in Einheiten der Fläche, aus der 90% der Röntgenemission stammt. Wie zuvor, ist deutlich der allgemein steigende Trend dieses Wertes mit fortschreitender Zeit zu sehen. Die Schwankungen stammen, wie schon gezeigt, von Verschmelzungsereignissen und deren Nachwirkungen. Die dick hervorgehobenen Linien stehen für ein anfänglich homogenes Magnetfeld, die dünnen Linien für ein anfänglich chaotisches Magnetfeld mit derselben anfänglichen mittleren Energiedichte. Gut zu erkennen ist, dass in dieser Darstellung kein wesentlicher Unterschied zwischen diesen zwei extremen Anfangsbedingungen für das Magnetfeld zu sehen ist. Später, beim Vergleich mit Beobachtungen, werde ich zeigen können, dass auch dort kein signifikanter Unterschied zu sehen ist. Dies bedeutet, dass die Struktur des heutigen Magnetfeldes durch die Bildung des Galaxienhaufens dominiert ist und die Information über die anfängliche Konfiguration des Magnetfeldes während der Bildung der Strukturen im Universum komplett verloren geht. Dies ist auch der Grund, warum alle restlichen Rechnungen mit einem homogenen und damit leichter zu kontrollierenden Anfangsmagnetfeld durchgeführt wurden. Dass die Struktur des Anfangsfeldes, zumindest auf Skalen, die die Simulation noch auflösen kann, keinen Einfluss auf die Struktur und Stärke des heutigen Magnetfeldes hat, hat auch Konsequenzen für die Modelle zur Entstehung dieser anfänglichen Magnetfelder. Ein Mechanismus, der ein homogenes Anfangsmagnetfeld auf großen Skalen erzeugt, ist viel schwieriger zu finden als Mechanismen, die ein anfänglich chaotisches Feld erzeugen. Mit diesem Ergebnis meiner Simulationen kann eine weit größere Palette von Modellen in Betracht gezogen werden,

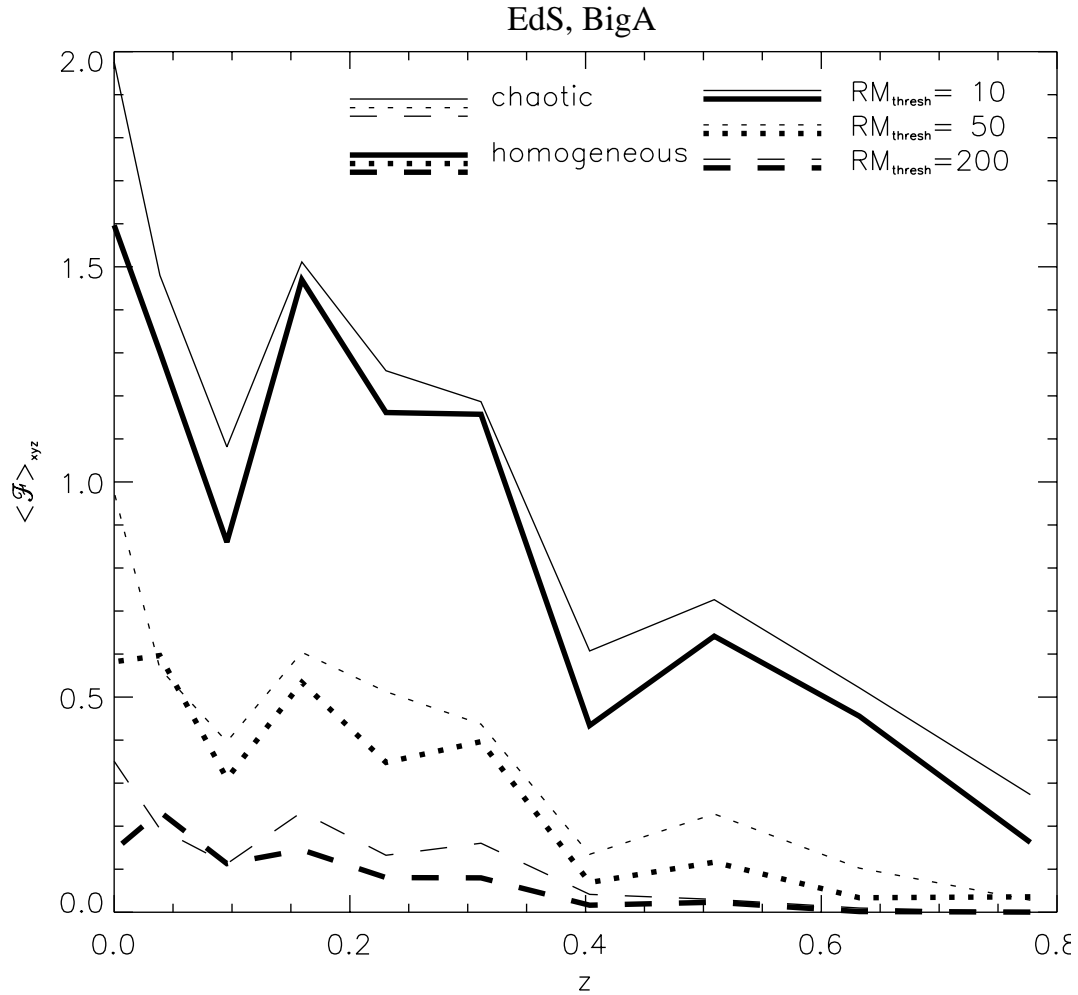


Abbildung 6.3: Die Abbildung zeigt, wie die Fläche \mathcal{F} , auf der das Rotationsmaß einen vorgegebenen Grenzwert übersteigt, sich mit der Zeit entwickelt. Dabei wurde für jedes Modell über die drei Projektionsrichtungen gemittelt. Die dick hervorgehobenen Linien repräsentieren eine Realisation mit homogenem Anfangsfeld, die dünnen Linien zeigen denselben Galaxienhaufen für ein chaotisch organisiertes Anfangsfeld mit derselben Energiedichte. Die drei verschiedenen Linientypen sind die drei in der Legende aufgeführten Grenzwerte. Die Flächenangaben sind, analog zu den bisherigen Darstellungen, in Einheiten der Fläche, aus der 90% der Röntgenemission stammt.

die anfängliche Magnetfelder liefern, welche dann durch die Formation der Strukturen in unserem Universum verstärkt werden können.

6.1.2 Spezielle Objekte, wo ist das passende Modell?

Wie gut die simulierten Magnetfelder mit den beobachteten Magnetfeldern übereinstimmen, kann durch einen Vergleich mit den vorhandenen Messungen gezeigt werden. Hierzu werden aus den synthetisch gewonnenen Rotationsmaßkarten der einzelnen Simulationen die Daten möglichst auf dieselbe Weise wie bei den Messungen gewonnen. Leider gibt es nur wenige detaillierte Messungen des Rotationsmaßes für einzelne Galaxienhaufen. Das Objekt, für das die meisten Daten einzelner Quellen vorliegen, ist der Coma-Galaxienhaufen. Eine Zusammenstellung all dieser Messungen ist in [Kim et al. 1990] zu finden. Sie umfassen 18 Rotationsmaße mit einem Abstand von bis zu 100 Bogenminuten vom Haufenzentrum. In Abbildung (1.5) aus dem ersten Kapitel ist die Lage dieser Messungen in einer Karte des Coma-Galaxienhaufens abgebildet. In der rechten unteren Ecke von Abbildung (6.4) sind diese Werte (Rauten) als Funktion des Abstandes eingetragen. Deutlich ist das Signal, welches durch das magnetisierte Gas im Coma-Galaxienhaufen verursacht wird, zu erkennen. Das daraus gewonnene mittlere Rotationsmaß (Strich-Punkt-Linie) kann nun mit Modellen verglichen werden. Zusätzlich zeigt Abbildung (6.4) in der linken unteren Ecke ein Histogramm dieser Messungen.

Um diese Messungen nun mit den Simulationen vergleichen zu können, wurde das Rotationsmaß für 10^4 Sichtlinien durch jeden der simulierten Galaxienhaufen berechnet. Dabei wurden der Einfachheit halber nur die drei Projektionen entlang der Koordinatenachsen verwendet. Aus diesen Sichtlinien wurde dann ebenfalls der Mittelwert als Funktion des Abstandes zum Haufenzentrum berechnet und in Abbildung (6.4) dargestellt. Alle Modelle wurden für das mittlere anfängliche Magnetfeld gerechnet. Die durchgezogene Linie repräsentiert einen Galaxienhaufen, der in etwa die beobachtete Masse des Coma-Galaxienhaufens besitzt und mit einem homogenen Anfangsmagnetfeld gerechnet wurde. Die gestrichelte Linie ist derselbe Galaxienhaufen, nur mit einem vergleichbaren anfänglich chaotischen Magnetfeld. Die gepunktete Linie dagegen ist ein Galaxienhaufen mit etwa der doppelten Masse. Da die Quellen wahrscheinlich ein intrinsisches, von Null verschiedenes, Rotationsmaß haben und auch der Einfluss unseres galaktischen Magnetfeldes auf die Messungen nicht ganz bekannt ist, ergibt sich im Mittel ein Wert von 8.5 rad/m^2 für die Werte, die weit vom Galaxienhaufen weg liegen. Da dies in den Simulationen nicht berücksichtigt werden kann, wurde dieser Wert nachträglich zu den simulierten Rotationsmaßen addiert. Auch hier ist deutlich zu erkennen, dass die verschiedenen Anfangskonfigurationen des Magnetfeldes für den gleichen simulierten Galaxienhaufen (durchgezogene und gestrichelte Linie) nicht zu unterscheiden sind, während der Galaxienhaufen mit der doppelten Masse ein deutlich zu unterscheidendes Signal liefert.

Ein besseres, quantitatives Ergebnis erhält man, wenn man die kumulative Rotationsmaßverteilung betrachtet. Diese ist im oberen Bereich von Abbildung (6.4) dargestellt. Die Messungen für den Coma-Galaxienhaufen sind wieder als Strichpunkt-Linie dargestellt. Wieder ist gut zu erkennen, dass für den kleineren der simulierten Galaxienhaufen die verschiedenen Anfangsbedingungen, nämlich die chaotische Feldstruktur (gestrichelte Linie) und die homogene

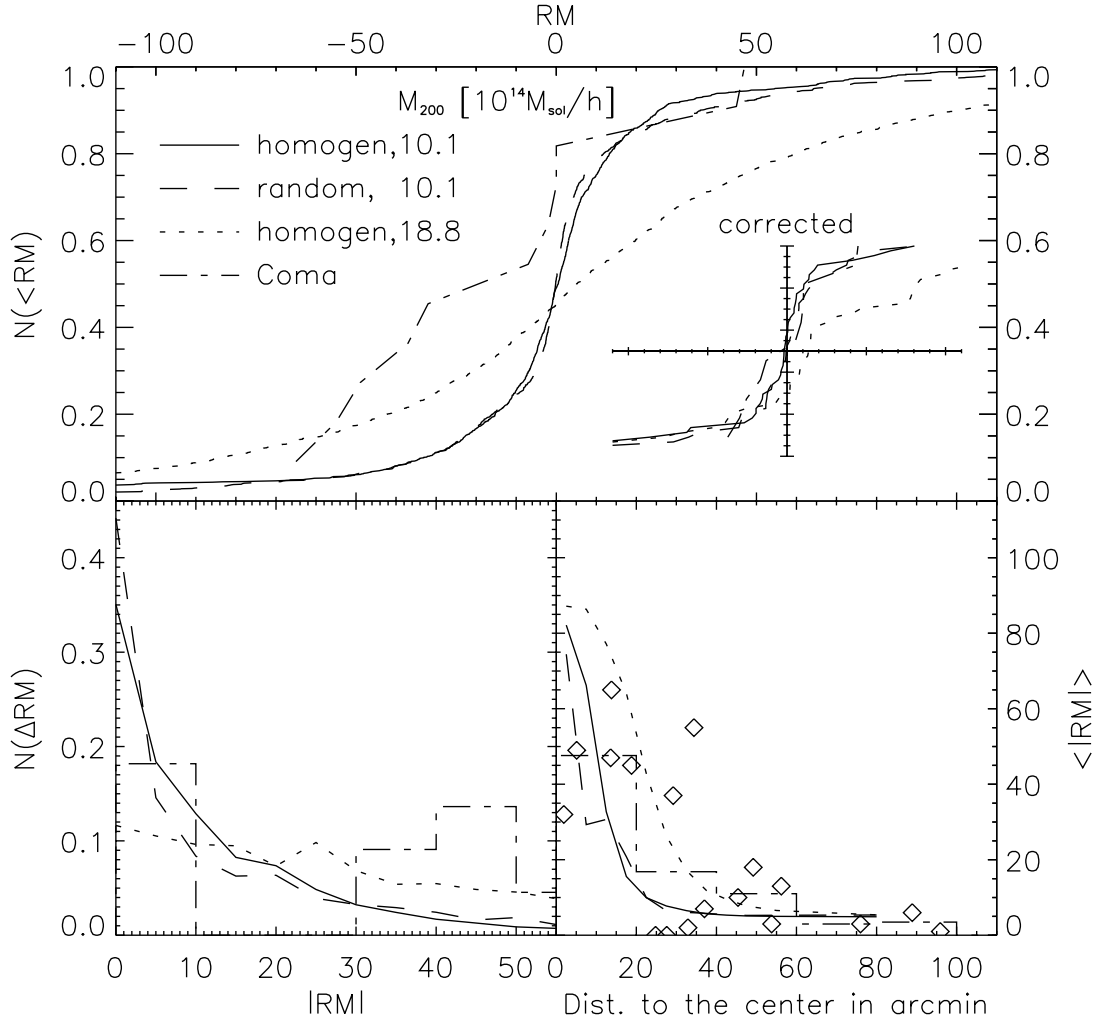


Abbildung 6.4: Diese Abbildung zeigt einen Vergleich der Messungen für den Coma-Galaxienhaufen (Strichpunkt-Linie) mit zwei simulierten Galaxienhaufen. Der eine hat ungefähr dieselbe Masse wie Coma, simuliert mit einem homogenen Anfangsfeld (durchgezogene Linie) und einem chaotischen Anfangsfeld (gestrichelte Linie). Der andere hat in etwa die doppelte Masse (gepunktete Linie). Dargestellt ist die kumulative Rotationsmaßverteilung (obere Abbildung), die Rotationsmaßverteilung (links unten) und die radiale Rotationsmaßverteilung (rechts unten). Hierzu wurden jeweils die berechneten Rotationsmaße entlang von 10^4 zufälligen Sichtlinien durch die simulierten Galaxienhaufen innerhalb der 90%-Röntgenkontur benutzt. Die zusätzliche Darstellung *corrected* erhält man für die Simulationen, wenn man die zufälligen Sichtlinien entsprechend der radialen Verteilung der Messungen am Coma-Galaxienhaufen wählt und die intrinsischen Rotationsmaße der Quellen mit berücksichtigt.

anfängliche Struktur (durchgezogene Linie) nicht unterschieden werden können. Der doppelt so schwere Galaxienhaufen (gepunktete Linie) hebt sich dagegen durch sein deutlich anderes Signal ab. Die Verteilung ist deutlich breiter, da er ein stärkeres Magnetfeld besitzt und damit

auch höhere Rotationsmaße liefert. Um einen qualitativen Vergleich zwischen Messungen und Simulationen zu ziehen, ist es nötig, die synthetischen Messungen entsprechend den wirklichen Messungen zu gewinnen. Da in diesem Vergleich nur die zehn Messungen, die innerhalb des Coma-Galaxienhaufens liegen, verwendet werden können, muss besonders darauf geachtet werden, in welchem Abstand diese Messungen vom Zentrum des Galaxienhaufens liegen. Hierzu werden aus allen vorhandenen Sichtlinien zufällig 30 ausgewählt. Diese werden so gewählt, dass die radiale Verteilung der synthetischen Daten denen der echten Messungen entspricht. Damit erhält man die Kurven in der Darstellung mit dem Titel „*corrected*“.

Verwendet man einen Kolmogorov-Smirnov-Test für die kumulativen Rotationsmaßverteilungen, so ergibt dieser eine Wahrscheinlichkeit von 30% bis 50%, dass die echten Daten aus einer Verteilung gleich der für den kleineren Galaxienhaufen stammen. Für den massereicheren Galaxienhaufen ergibt sich diese Wahrscheinlichkeit nur zu einigen wenigen Prozent. Deutlich ist dies zu sehen, wenn man die Daten des Coma-Galaxienhaufens zur korrigierten Darstellung hinzufügt. Die gemessenen Daten für Coma haben einen systematischen Trend zu positiven Rotationsmaßen. Dieser Effekt kann von der kleinen Anzahl an Daten, die zur Verfügung stehen, kommen, aber auch ein Überbleibsel des systematischen Effekts unserer eigenen Milchstraße sein. Dies ist auch der Grund, dass die kumulative Verteilung der Messungen für Coma nicht symmetrisch ist, wie wir es eigentlich erwarten würden. Durch das Hinzufügen einer additiven Konstante von $\approx 14 \text{ rad/m}^2$ kann die Bedingung $\langle RM \rangle = 0$ für die Messungen erzwungen werden. Somit ergibt sich die kumulative Verteilung für den Coma-Galaxienhaufen (Strichpunkt-Linie), wie sie in der Darstellung mit dem Titel „*corrected*“ gezeigt wird. Die Kurven für den kleineren Galaxienhaufen und die Messungen für Coma sind in dieser Darstellung kaum noch zu unterscheiden, die Wahrscheinlichkeiten, die ein erneuter Kolmogorov-Smirnov-Test liefert, sind etwa um einen Faktor 2 größer.

Somit haben wir einen Galaxienhaufen in den Simulationen gefunden, der eine ähnliche Masse wie der Coma-Galaxienhaufen besitzt und dessen Magnetfeld statistisch vergleichbare Rotationsmaße liefert. Andere Realisationen, die dieselbe Masse haben, sind dem Coma-Galaxienhaufen nicht zwangsweise genauso ähnlich. Interessanter Weise hatte der Galaxienhaufen in der verwendeten Simulation gerade ein Verschmelzungsereignis. Die beobachteten Strukturen in Röntgen- und Temperaturkarten des Coma-Galaxienhaufens deuten darauf hin, dass Coma vor kurzem auch ein Verschmelzungsereignis hatte.

Natürlich beeinflusst auch die Wahl der anfänglichen Magnetfeldstärke, welcher der simulierten Galaxienhaufen den Rotationsmessungen für Coma am ähnlichsten ist. Die Vergleiche mit Messungen aus vielen Galaxienhaufen am Ende dieses Kapitels favorisieren jedoch Modelle mit diesem mittleren Magnetfeld, auch wenn die anderen Modelle aufgrund der wenigen vorliegenden Daten nicht auszuschließen sind.

Ein weiterer Galaxienhaufen, für den eine brauchbare Anzahl von Messungen vorliegt, ist A119. Wie Abbildung (1.6) aus dem ersten Kapitel zeigt, wurden detaillierte Karten für drei ausgedehnte Radiogalaxien gemessen. Die Rotationsmaßverteilung innerhalb dieser ausgedehn-

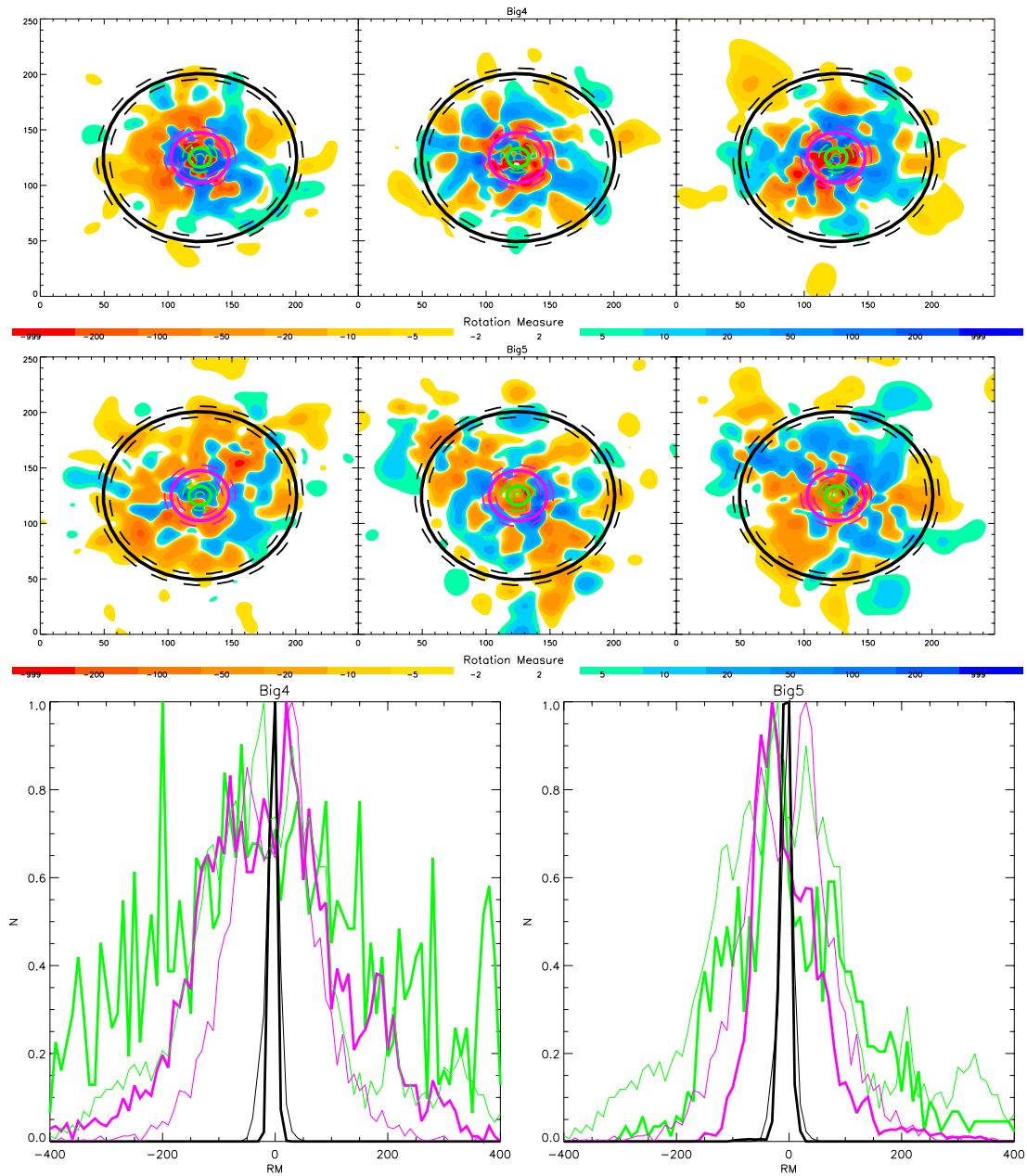


Abbildung 6.5: Dargestellt ist die Rotationsmaßverteilung für zwei verschiedene Simulationen. Die Verteilung wurde jeweils auf einen Ring im Abstand 0.170, 0.453 und 1.515 Mpc der drei Radioquellen, die für Messungen zur Verfügung stehen, berechnet. Deutlich ist zu sehen, dass im Zentrum die Verteilung breiter (grüne Linie) als bei den weiter entfernt stehenden Quellen (lila und schwarze Linie) ist. Bei der am weitesten entfernten Quelle (schwarze Linie) ist die Verteilung nur noch sehr schmal. Die dicken Linien repräsentieren die aus den Simulationen gewonnenen Verteilungen, die dünnen Linien sind die gemessenen Verteilungen aus Abbildung (1.6), wobei - um $\langle \text{RM} \rangle = 0$ zu erreichen - ein konstanter Wert zu den Messungen addiert wurde.

ten Gebiete zeigen die Histogramme dieser Abbildung. Zum Vergleich zeigt Abbildung (6.5) die Rotationsmaßkarten für zwei simulierte Galaxienhaufen. Dargestellt sind dabei jeweils die drei Projektionsrichtungen entlang der Koordinatenachsen. Der Abstand der drei vermessenen Radioquellen ist durch die drei Ringe markiert, wobei die Darstellung von grün für die innerste Radioquelle über lila bis zu schwarz für die am weitesten entfernte Radioquelle gewählt wurde. Die Verteilung (dicke Linien) zeigt die Rotationsmaßwerte in diesen Ringen, wobei jeweils alle drei Projektionen verwendet wurden.

Die Breite dieser Verteilungen nimmt, wie auch bei den Beobachtungen gut zu sehen ist, mit zunehmenden Abstand vom Zentrum ab. Die zwei gewählten Galaxienhaufen zeigen jedoch unterschiedliche Charakteristiken. Der auf der linken Seite dargestellte Galaxienhaufen zeigt ein sehr kompaktes Aussehen (Big4 in Abbildung (6.1)), während der auf der rechten Seite dargestellte Galaxienhaufen ein sehr ausgedehntes Erscheinungsbild (Big5 in Abbildung (6.1)) hat. Dies liegt daran, dass dieser sich gerade in einem Verschmelzungsprozess befindet. Der Unterschied zwischen den aus diesen beiden Galaxienhaufen gewonnenen Rotationsmaßverteilungen liegt nun darin, dass der kompaktere eine deutlich breitere Verteilung nahe dem Zentrum hat. Dies liegt daran, dass das Magnetfeld im Zentrum dieses Haufens einen größeren Wert annimmt. Der ausgedehntere Galaxienhaufen hat, obwohl das Magnetfeld im Zentrum niedriger ist, eine breitere Verteilung der Rotationsmaße an der Position der am weitesten entfernten Radioquelle. Durch das Verschmelzungsereignis wird das verstärkte Magnetfeld auch wieder in die Außenbereiche des Galaxienhaufens transportiert, bevor dieses magnetisierte Gas bei der Relaxation wieder in die Nähe des Zentrums gelangt. Deutlich ist dies auch in zwei der Rotationsmaßkarten in der linken Darstellung zu sehen. Das ovale Muster der Rotationsmaße ist deutlich über die Position der dritten Quelle hinaus sichtbar, während das Muster auf der rechten Seite kaum über diese Position hin sichtbar ist.

Ein genauerer Vergleich mit den Beobachtungen (dünne Linien) zeigt, dass die Breite der Verteilungen an den drei Positionen für das linke Modell wesentlich besser als für das rechte Modell mit den Messungen übereinstimmt. Da diese Messungen nur einzelne, begrenzte Bereiche des Galaxienhaufens testen, kann die Verteilung der Rotationsmaße aufgrund von großskaligen Magnetfeldern Mittelwerte besitzen, die sich Stark von Null unterscheiden. Deswegen wurde für diesen Vergleich - um $\langle \text{RM} \rangle = 0$ zu erzwingen - ein konstanter Wert zu den Messungen addiert. Auch hier wurden wieder die simulierte Modelle mit dem mittleren Magnetfeld benutzt. Die elliptischen Strukturen der gemessenen Röntgenemission in Abell 119 sind ein Indiz dafür, dass auch dieser Galaxienhaufen in Wirklichkeit vor nicht allzulanger Zeit ein Verschmelzungsereignis hatte.

6.1.3 Mein Universum, dein Universum

Vergleiche mit einzelnen Galaxienhaufen haben den Nachteil, dass dabei die Stärke des anfänglichen Magnetfelds ein freier Parameter ist. Vergleicht man nun einen ganzen Satz von simulierten

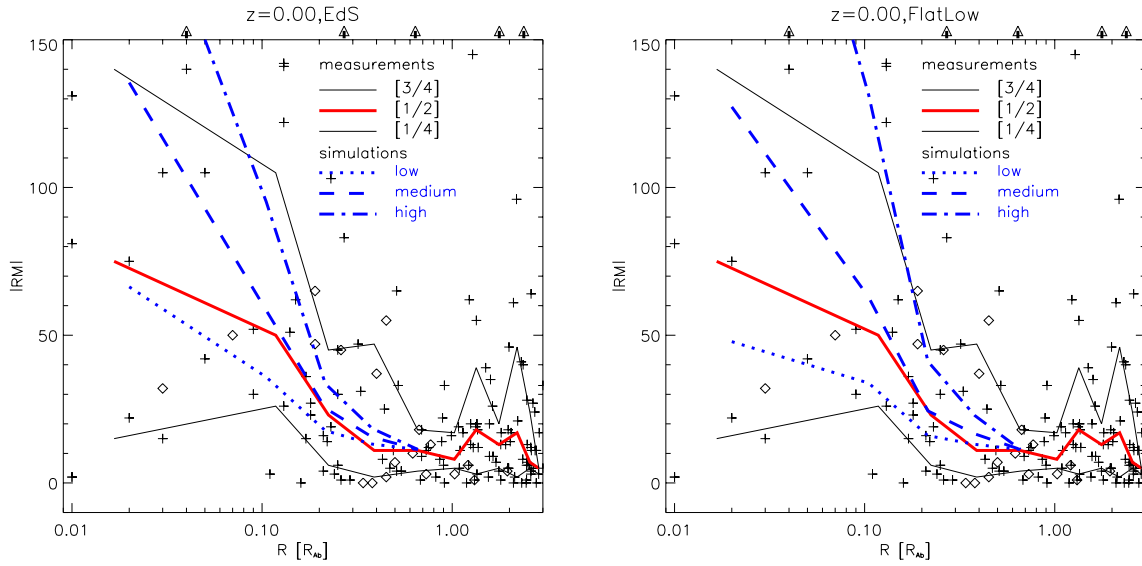


Abbildung 6.6: Dargestellt ist der Absolutwert der gemessenen Rotationsmaße (Kreuze) aus [Kim et al. 1990] als Funktion des Abstandes vom nächstgelegenen Galaxienhaufen. Die Rauten heben dabei die Werte für Coma hervor. Pfeile oberhalb der Abbildung markieren die Werte, die außerhalb des dargestellten Bereiches liegen. Die durchgezogenen Linien markieren das Rotationsmaß, welches mindestens 25%, 50% und 75% der Messungen haben, wobei die dicke Linie den Median (50%-Perzentil) markiert. Die analoge Messung für die simulierten Galaxienhaufen sind für das schwache (gepunktete Linie), mittlere (gestrichelte Linie) und das starke (Strichpunkt-Linie) Anfangsmagnetfeld dargestellt. Alle Realisationen der linken Seite stammen aus der **EdS**-Kosmologie, alle auf der rechten Seite aus der **FlatLow**-Kosmologie.

Galaxienhaufen mit einem Satz von Beobachtungen, so kann dieser Parameter eingeschränkt werden. Notwendig dafür ist, dass die Auswahl der zu vergleichenden Objekte, in diesem Fall die Galaxienhaufen, denselben Kriterien unterliegt. Der größten Satz an momentan verfügbaren Rotationsmaßmessungen in Galaxienhaufen ist in ([Kim et al. 1991]) veröffentlicht. Dabei handelt es sich ausschließlich um von Abell katalogisierte Galaxienhaufen [Abell 1957]. Dies deutet darauf hin, dass die Galaxienhaufen eher zu den größeren ihrer Gattung gehören. Auf der anderen Seite sind die Fluktuationen in den Anfangsbedingungen für die **EdS**-Kosmologie entsprechend den COBE-Daten normiert, was ebenfalls dazu führt, dass die simulierten Galaxienhaufen eher etwas zu groß geraten. Da die Massebestimmungen der beobachteten Galaxienhaufen meist nur auf einen Faktor 2 genau sind, gibt es im Moment keine befriedigende Möglichkeit, einen wirklich analog zu den Beobachtungen erstellten Satz von simulierten Galaxienhaufen zu erstellen. Deswegen habe ich für den anschließenden Vergleich für jeden Messwert aus einem beobachteten Galaxienhaufen die entsprechende Messung in allen zehn Realisationen der jeweiligen Kosmologie berechnet und daraus den Mittelwert gebildet.

Abbildung (1.7) im ersten Kapitel zeigt die von [Kim et al. 1990] gesammelten Messungen

von Rotationsmaßen. Dies ist die zur Zeit größte verfügbare Zusammenstellung von Rotationsmaßen. Dargestellt ist das Rotationsmaß als Funktion des Abstandes zum nächsten Abell-Galaxienhaufen in Einheiten des Abell-Radius. Deutlich zu sehen ist das Ansteigen der Werte zum Zentrum hin. Diese Daten wurden in Abbildung (6.6) übernommen. Hier ist der Absolutwert (Kreuze und Rauten) des gemessenen Rotationsmaßes dargestellt. Die x-Achse wurde logarithmisch skaliert, damit der Bereich nahe den Zentren der Galaxienhaufen besser zu sehen ist. Die Pfeile an der Oberseite der Darstellung markieren Werte, die außerhalb des dargestellten Bereiches liegen. Würde man versuchen, beispielsweise den Mittelwert zu bilden, so würden diese Werte das Ergebnis dominieren. Andererseits gibt es, obwohl die Messungen teilweise unzureichende Genauigkeit haben, keinen offensichtlichen Grund, diese Messwerte zu ignorieren⁴. Deswegen habe ich mich entschlossen, für den Vergleich der Beobachtungen mit den Simulationen den Median anstelle des Mittelwertes zu benutzen. Dieser berücksichtigt dabei, dass es sich bei den *Ausreißern* um große Werte handelt, bleibt aber unberührt vom absoluten Wert dieser Messungen. Die dicke, durchgezogene Linie markiert den Median, d.h. sie entspricht dem Rotationsmaß, für das, innerhalb des entsprechenden radialen Intervalls gezählt, genau so viele Messungen unter bzw. über diesem Wert liegen. Die dünnen, durchgezogenen Linien markieren die Werte, unter denen jeweils 25% bzw. 75% der Messwerte liegen. Zur Erstellung der radialen Intervalle habe ich immer 15 Messwerte zusammengefasst. Werden anstelle der 15 Messungen nur 10 Messungen pro Intervall genutzt, so ändern sich die Kurven nur unbedeutend. Für große Abstände erreicht der Median nicht exakt Null. Es ist nicht klar, ob dieser Wert aus den Messunsicherheiten, den intrinsischen Rotationsmaßen der Quellen oder den Korrekturen für das lokale Magnetfeld unserer Galaxie stammt.

Diesen Daten überlagert sind die Ergebnisse, die ich aus den Simulationen erhalten habe. Hierzu wird für jeden Messpunkt der Abstand vom Zentrum in physikalischen Einheiten berechnet. Dazu wird für den entsprechenden beobachteten Galaxienhaufen die Rotverschiebung z und der Abellradius r_{Abell} aus einer Datenbank gelesen. Damit lässt sich der physikalische Abstand in der jeweiligen Kosmologie berechnen. Für die verschiedenen Anfangsmagnetfelder werden nun separat für jeden dieser Messwerte in jeder der zehn Realisationen der entsprechenden Kosmologie zehn zufällige Sichtlinien in diesem Abstand durch alle drei Projektionsrichtungen ausgewählt. Diese werden dann in dieselben radialen Intervalle wie die Messungen eingeteilt und der Median berechnet. So ergeben sich in Abbildung (6.6) die gepunktete Linie für das schwache, die gestrichelte Linie für das mittlere und die Strichpunkt-Linie für das hohe Anfangsmagnetfeld. Den Mittelwert von ca. 18 rad/m^2 , der sich für die Messungen bei einem Abstand zwischen einem und drei Abell-Radius ergibt, habe ich als Hintergrund benutzt und zu den synthetischen Messungen hinzuaddiert. Die Modelle mit dem mittleren Magnetfeld scheinen gut mit diesen gesammelten Daten übereinzustimmen. Aufgrund der großen Ungenauigkeiten der Messungen und aller systematischen Fehler können die Modelle mit niedrigem bzw. hohem Magnetfeld nicht

⁴Außer diese Quellen hätten intrinsisch derart große Werte. Hierfür gibt es jedoch keine Hinweise.

ausgeschlossen werden.

Abbildung (6.6) zeigt diesen Vergleich für die zehn Modelle aus der **EdS**-Kosmologie (links) und für die **FlatLow**-Kosmologie (rechts). Die Modelle für die drei verschiedenen anfänglichen Magnetfeldstärken in der **FlatLow**-Kosmologie zeigen größere Unterschiede als die Modelle in der **EdS**-Kosmologie. Dies liegt vermutlich an der relativ großen Streuung, die durch die niedrige Anzahl der zur Verfügung stehenden Realisationen in den einzelnen Kosmologien zustande kommt. Wie unterschiedlich die Rotationsmaße in den einzelnen simulierten Galaxienhaufen sein können, ist in Abbildung (6.1) zu erkennen. In dieser ist für jeden dargestellten Galaxienhaufen zusätzlich rechts unten ein ähnlicher Vergleich mit den Daten gezeigt, wie gerade beschrieben. Die einzigen Unterschiede sind, dass in diesen Darstellungen immer nur dieser eine Galaxienhaufen für die simulierten Daten verwendet wurde, und die verschiedenen Linienarten nicht die verschiedenen Anfangsmagnetfelder darstellen, sondern die verschiedenen Projektionsrichtungen. Daraus ist gut zu erkennen, wie groß - trotz gleicher anfänglicher Magnetfeldstärke - die Streuung zwischen einem Galaxienhaufen mit einem kleinerem entwickelten Magnetfeld (z.B. *Big6*) und einem Galaxienhaufen mit sehr starkem entwickelten Magnetfeld (z.B. *Big3*) sein kann. Auch gut zu erkennen ist, wie in einem relativ unsymmetrischen Galaxienhaufen (z.B. *Big9*) die verschiedenen Projektionsrichtungen verschiedene Ergebnisse liefern.

6.1.4 Magnetfeld ist nicht gleich Magnetfeld

Alle im vorigen Abschnitt gezeigten Messungen des Rotationsmaßes in Galaxienhaufen wurden auch dazu verwendet, das Magnetfeld in dem jeweiligen Galaxienhaufen zu bestimmen. Dazu wird eine typische Skala abgeschätzt, auf der sich das Magnetfeld ändert. Hilfreich hierfür ist die genauere Betrachtung der Fluktuationen des Rotationsmaßes in ausgedehnten Radioquellen in oder hinter dem entsprechenden Galaxienhaufen. Aus den Röntgenbeobachtungen kann zusätzlich ein Modell für die Gasverteilung in dem jeweiligen Galaxienhaufen gewonnen werden. Eine der gravierendsten Vereinfachungen ist nun, ein Magnetfeld mit einer einheitlichen Stärke im Galaxienhaufen anzunehmen. Aus der Längenskala, auf der sich das Magnetfeld ändert, zusammen mit der Gasverteilung kann somit dieser Wert für das Magnetfeld aus der Streuung (RMS) der beobachteten Werte für das Rotationsmaß berechnet werden. Die in der Literatur zu findenden Werte variieren dabei zwischen weniger als einem μG und einigen μG .

Abbildung (6.7) zeigt zum Vergleich das mittlere Magnetfeld als Funktion des Abstandes vom Zentrum für alle verschiedenen Realisationen, aufgeteilt nach Kosmologien und anfänglicher Magnetfeldstärke. Das Magnetfeld ändert sich in allen Simulationen um mehr als zwei Größenordnungen zwischen dem Zentrum und dem Virialradius. Die Feldstärke für das Magnetfeld im Zentrum ist für die Modelle mit dem mittleren Anfangsmagnetfeld im Bereich μG , wobei dieser Wert für die verschiedenen simulierten Galaxienhaufen stark schwankt. Zusätzlich sind die Mittelwerte über die verschiedenen Realisationen gezeigt. Für das mittlere Anfangsmagnetfeld haben die Galaxienhaufen in beiden Kosmologien ein Magnetfeld im Zentrum von ca. einem

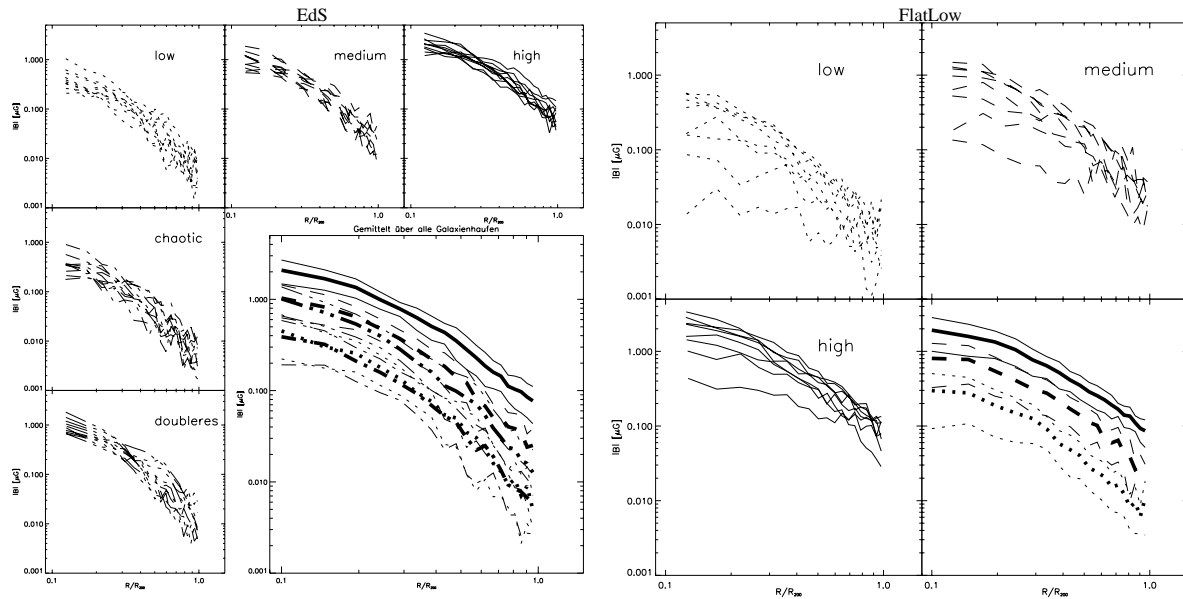


Abbildung 6.7: Dargestellt sind das mittlere Betrag des Magnetfeld als Funktion des Abstandes zum Haufenzentrum; links für die Realisationen in der **EdS**-Kosmologie, rechts für die **FlatLow**-Kosmologie. Dargestellt sind jeweils die radialen Profile für alle Realisationen mit den anfänglichen Magnetfeldern aus Tabelle (5.1). Zusätzlich ist rechts unten das Mittel über alle Realisationen (dicke Linien) dargestellt. Die dünnen Linien markieren die Streuung (RMS) der einzelnen Galaxienhaufen.

μG . Diese Werte stimmen recht gut mit den Werten aus der Literatur überein. Meine Simulationen zeigen jedoch, dass die Annahme eines Magnetfeldes, welches den Galaxienhaufen mit gleicher Stärke durchdringt, eine sehr grobe, unrealistische Vereinfachung ist und damit relativ ungeeignet ist zur Beschreibung des Magnetfeldes in einem Galaxienhaufen.

6.2 Magnetfeld bitte nicht vergessen

In den vorangegangenen Abschnitten habe ich gezeigt, wie gut das Magnetfeld in meinen Simulationen die Beobachtungen widerspiegelt. Hat man nun einmal simulierte Galaxienhaufen mit einem derartig konsistent konstruierten Magnetfeld, dann stellt sich die interessante Frage, welche Auswirkungen ein derartiges Magnetfeld auf die Struktur und die beobachteten Größen des Galaxienhaufens hat. Auf eine Beantwortung dieser Fragestellung möchte ich im folgenden Abschnitt näher eingehen. Dabei möchte ich im Detail den durch das Magnetfeld erzeugten nichtthermischen Druck und die sich daraus ergebenden veränderten Gleichgewichtstemperaturen erläutern. Anschließend möchte ich die Auswirkungen auf die beobachtete Röntgenemission von Galaxienhaufen näher beschreiben. Abbildung (6.8) zeigt die zehn Realisationen für die **EdS**-Kosmologie und das mittlere anfängliche Magnetfeld. Auf die Wände der Würfel ist jedoch diesmal die emissionsgewichtete Temperatur, wie sie ein Beobachter aus der entsprechenden

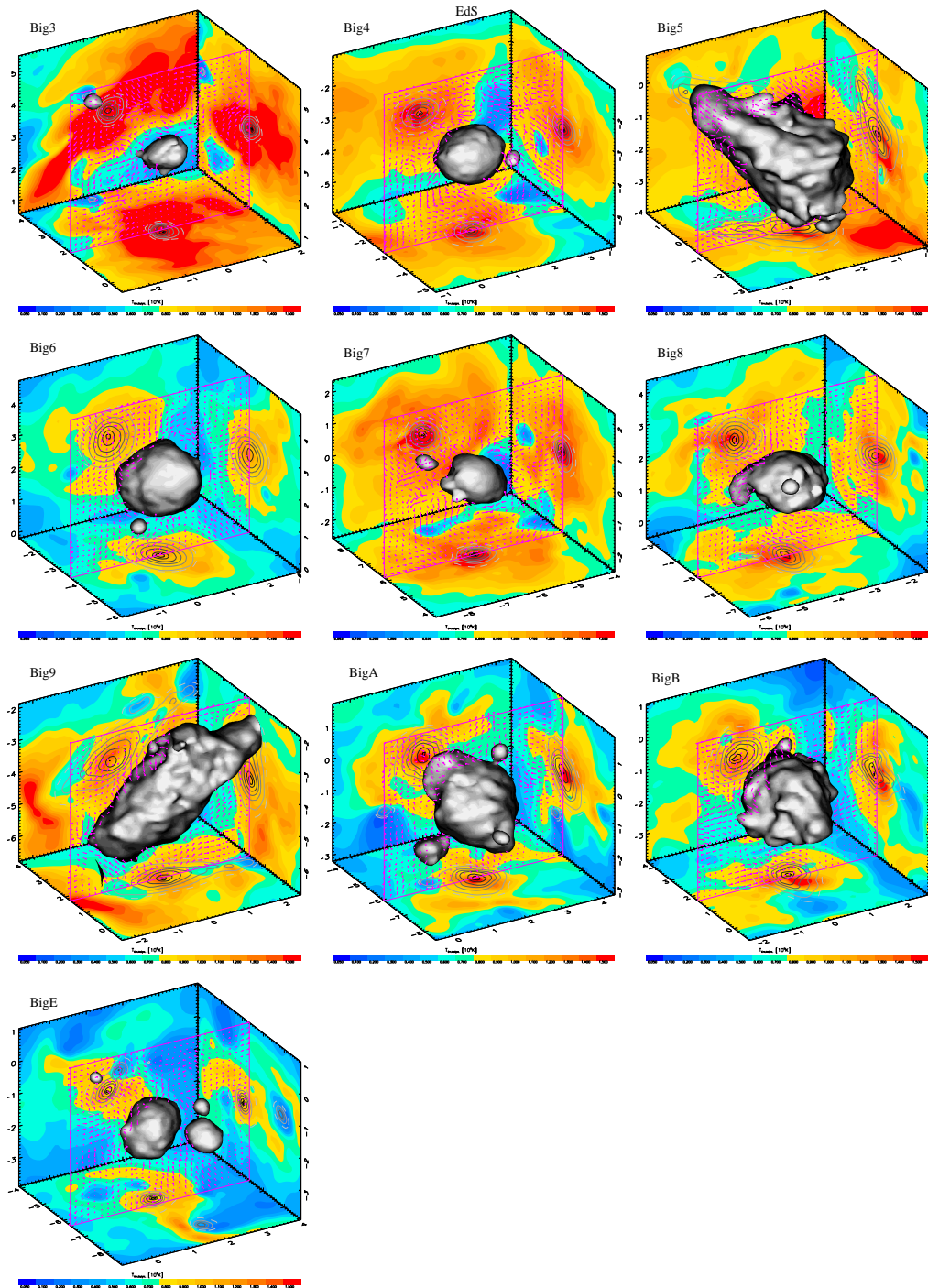


Abbildung 6.8: Dargestellt ist eine dreidimensionale Visualisierung aller zehn Realisationen für das **EdS**-Universum mit dem mittleren anfänglichen Magnetfeld. Gezeigt ist die projizierte, emissionsgewichtete Temperatur (rot/blau Flächen), die projizierte Röntgenemission (graue Konturen), die Form des Galaxienhaufens (graue, dreidimensionale Fläche konstanter Röntgenemission) und eine Schnitt durch das Magnetfeld (lila Ebene).

Richtung sehen würde, farbig dargestellt. Dabei wurde blau für kalte Gebiete und rot für heiße Gebiete verwendet. Zusätzlich ist die Emission im Röntgenlicht als graue Konturen in diesen Flächen aufgetragen. Der graue Klumpen in der Mitte beschreibt analog wie in Abbildung (6.1) eine Fläche konstanter Röntgenemission.

6.2.1 Wenn das Magnetfeld drückt

Wenn das Magnetfeld in den Zentren von Galaxienhaufen seine Richtung auf hinreichend kleinen Skalen ändert, so kann es als ein isotrop betrachtet werden. Dieses Feld erzeugt eine nicht-thermische Druckkomponente p_B , die durch

$$\frac{p_B}{p_{th}} = \frac{|\vec{B}|^2}{8\pi n kT} = 2.5\% \left(\frac{|\vec{B}|}{3\mu\text{G}} \right)^2 \left(\frac{n}{10^{-3} \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1} \left(\frac{T}{10^8 \text{ K}} \right)^{-1} \quad (6.2)$$

in Relation mit dem thermischen Druck im Gas P_{th} gebracht werden kann. Großskalige Magnetfelder in Galaxienhaufen können andererseits einen anisotropen, nicht-thermischen Beitrag zum Druck liefern. Im Allgemeinen hat der magnetische Druck die Eigenschaft, das Gas am weiteren Kollabieren zu hindern. In dieser Hinsicht verhält er sich ähnlich dem thermischen Druck. Abbildung (6.9) zeigt das sphärisch gemittelte Druckverhältnis

$$\mathcal{F}_p(R) = \frac{p_B(R)}{p_{th}(R)} = \frac{\langle B^2/8\pi \rangle_{r \leq R}}{\langle p_{th} \rangle_{r \leq R}} \quad (6.3)$$

für alle simulierten Galaxienhaufen. Durch die Kompression und durch die Turbulenzen in den Gasströmungen ist das Magnetfeld, wie in Abbildung (6.7) gezeigt, im Zentrum der Galaxienhaufen am größten. Hier ist allerdings die Dichte am größten und somit auch der thermische Druck. In Abbildung (6.9) ist zu erkennen, dass dieses Verhältnis irgendwo zwischen dem Kern-Radius und dem Virial-Radius sein Maximum erreicht. Allerdings ist dieses nicht besonders ausgeprägt, so dass das Verhältnis als konstant über einen großen Bereich von Radien angesehen werden kann. Abhängig von der gewählten anfänglichen Magnetfeldstärke liegt das Verhältnis von magnetischem zu thermischen Druck zwischen 2% und 4%. Dies stimmt recht gut mit der Abschätzung in Gleichung (6.2) überein. Dadurch, dass der Gasanteil in der **FlatLow**-Kosmologie größer ist als in der **EdS**-Kosmologie, ist der relative Anteil des nicht-thermischen Drucks dort auch entsprechend geringer.

Die generelle Struktur des Magnetfeldes im Zentrum und in der Peripherie der Galaxienhaufen ist häufig ziemlich unterschiedlich. In der Peripherie wird das Magnetfeld durch Gasströmungen und Verschmelzungsereignisse auf großen Skalen kohärent ausgerichtet. Nahe dem Zentrum dagegen gleichen die Gasströmungen meist einem Zufallsfeld, daher ist das Magnetfeld auch auf kleinen Skalen verwirbelt. Auch wenn in diesem Fall der magnetische Druck als isotrop nahe dem Zentrum des Galaxienhaufens gesehen werden kann, ist er in der Peripherie womöglich stark anisotrop. Dadurch kann ein konstantes Verhältnis von magnetischem zu thermischem Druck zu unterschiedlichen Effekten führen, abhängig von der Position im Galaxienhaufen. Auch ist zu

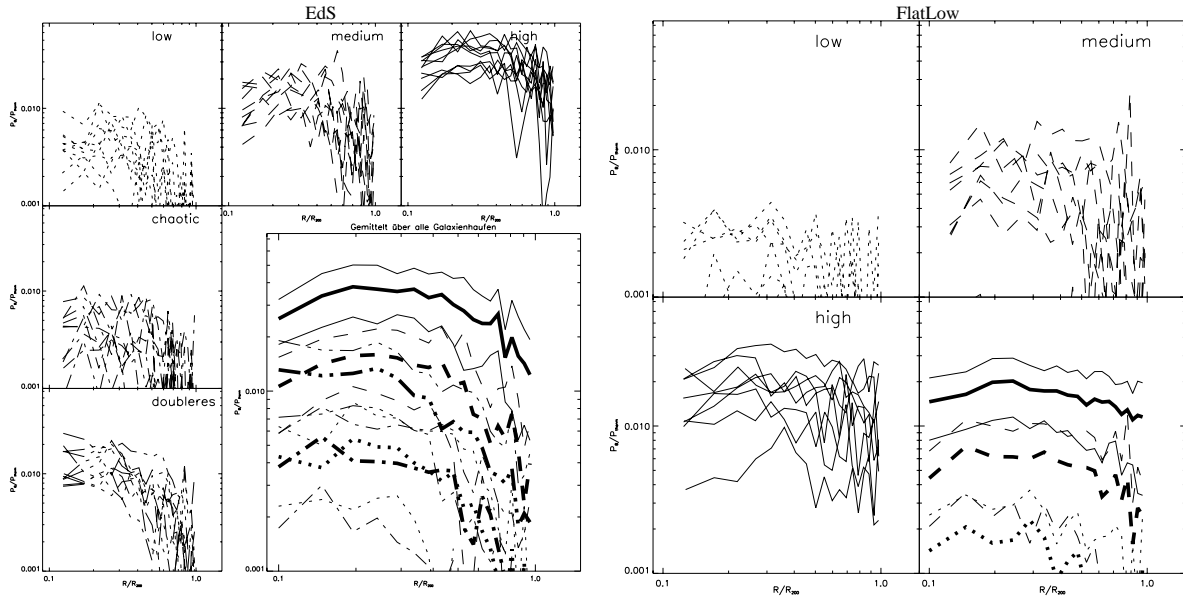


Abbildung 6.9: Dargestellt ist der mittlere Anteil des magnetischen Drucks in Einheiten des thermischen Drucks als Funktion des Abstandes zum Haufenzentrum; links für die Realisationen in der **EdS**-Kosmologie, rechts für die **FlatLow**-Kosmologie. Dargestellt sind jeweils die radialen Profile für alle Realisationen mit dem niedrigen (links oben), mittleren (rechts oben) und dem hohen (links unten) anfänglichen Magnetfeld. Zusätzlich ist rechts unten das Mittel über alle Realisationen (dicke Linie) dargestellt. Die dünnen Linien markieren die Streuung (RMS) der einzelnen Galaxienhaufen.

bedenken, dass das magnetische Feld durch seine rückwirkende Kraft auf das Gas die Zeitskala, auf der sich der Galaxienhaufen entwickelt, beeinflusst. Obwohl dieser Effekt sehr klein ist, sollte man nicht vergessen, dass bei einem Vergleich des selben Objekts mit verschiedenen Magnetfeldern möglicherweise das Objekt zu leicht unterschiedlichen Zeiten in seiner Entwicklung betrachtet wird.

6.2.2 Temperatur ist nicht gleich Temperatur

Welche Auswirkungen hat nun dieser nicht-thermische Druck auf den Gleichgewichtszustand des Galaxienhaufens? Das Gas wird im Potential des Galaxienhaufens durch seinen Druck stabilisiert. Das Potential, dominiert von der Dunklen Materie, ändert sich für verschiedene Magnetfeldkonfigurationen nicht. Der Gleichgewichtszustand zwischen dem Gasdruck, abhängig von der Dichte und der Temperatur des Gases, und dem Potential kann sich aber durch die Anwesenheit einer nicht-thermischen Druckkomponente verschieben. Abbildung (6.10) zeigt einen Galaxienhaufen für verschiedene Magnetfeldkonfigurationen. Dargestellt sind die Projektionen der emissionsgewichteten Temperaturen als blau-rote Fläche und die projizierte Röntgenemission (graue Konturen).

Deutlich sind kleine Unterschiede in den Temperaturkarten zu erkennen. Auch gut zu sehen

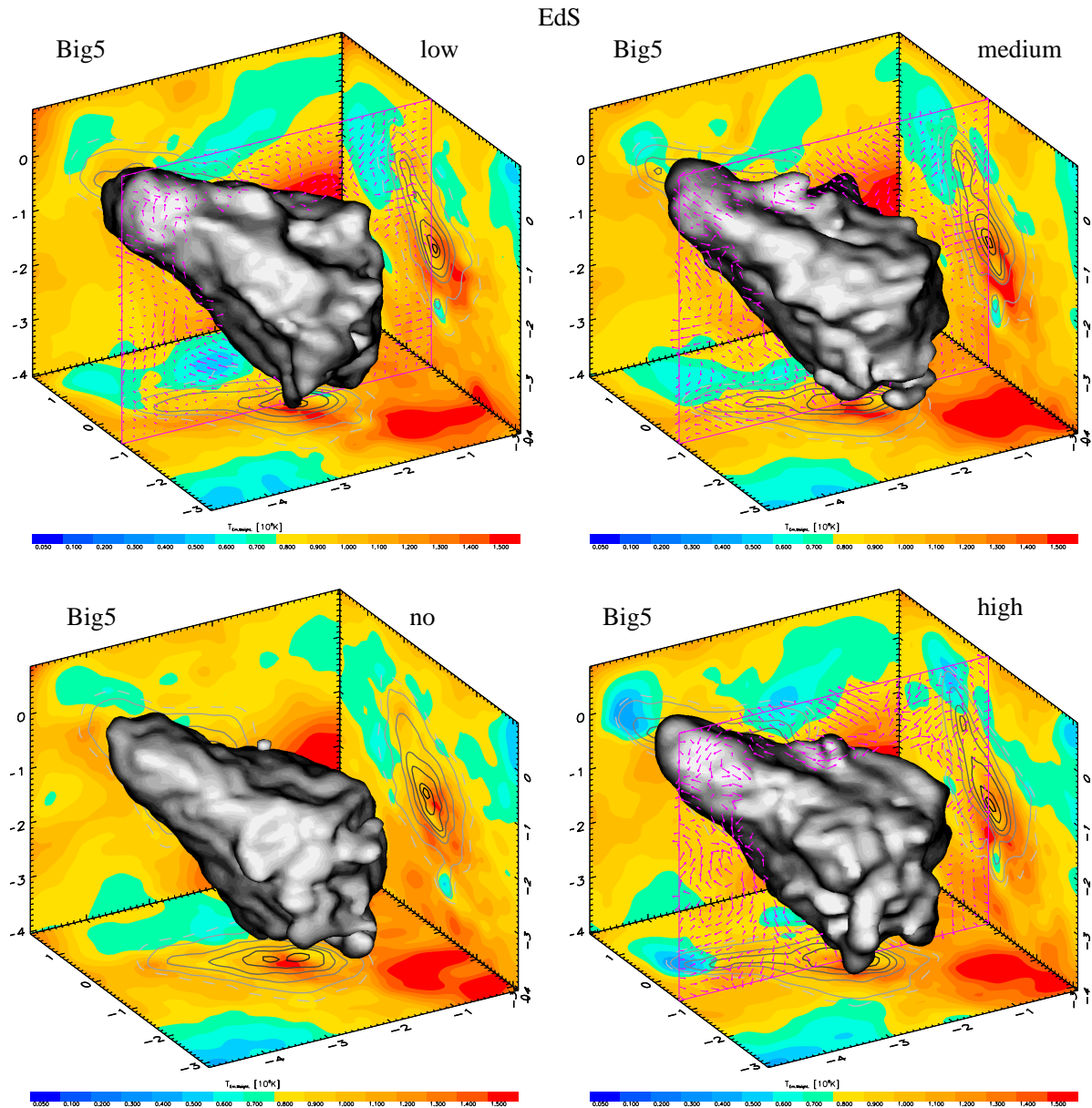


Abbildung 6.10: Gezeigt ist das Aussehen eines Galaxienhaufens ohne Magnetfeld (links oben), mit niedrigem (rechts oben), mittlerem (links unten) und hohem (rechts unten) Anfangsmagnetfeld. Dargestellt sind jeweils die projizierten, emissionsgewichteten Temperaturen (blau/rote Flächen), die projizierte Röntgenemission (graue Konturen) und die dreidimensionale Struktur (graue Kugel) einer Fläche konstanter Röntgenemission.

ist, dass die Entwicklung des Galaxienhaufens für verschiedene Magnetfelder unterschiedlich weit fortgeschritten ist. Ohne Magnetfeld (links oben) ist der kleine Klumpen rechts unten noch deutlich vom Hauptgebilde getrennt, während in allen anderen Fällen dieser Klumpen schon weiter in den Galaxienhaufen gefallen ist. Auch ist gut zu erkennen, dass der Galaxienhaufen

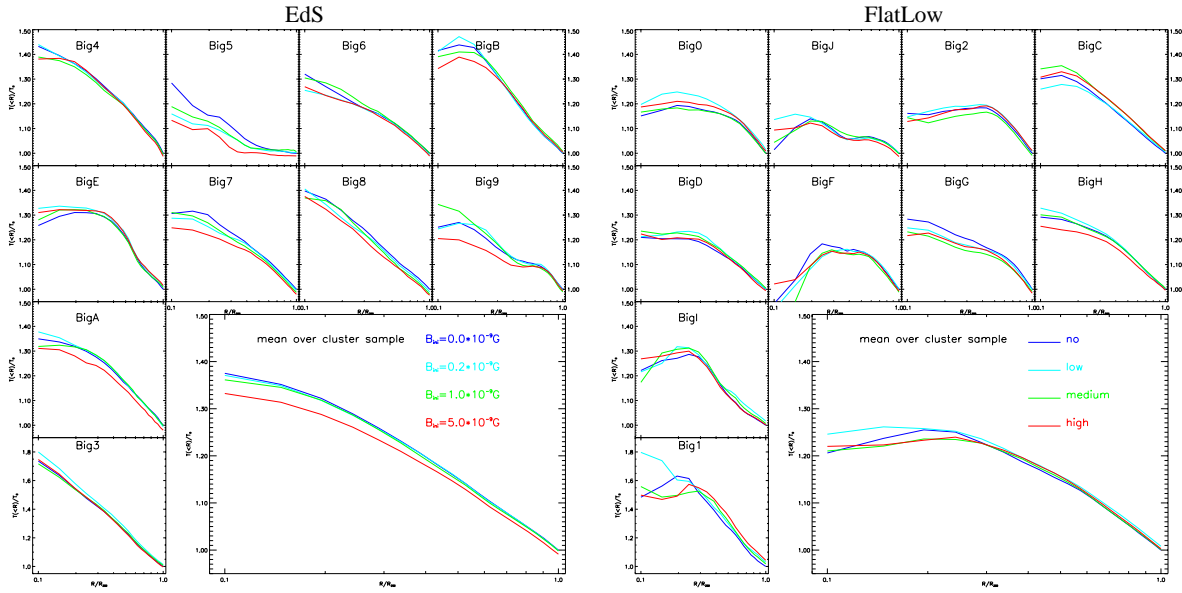


Abbildung 6.11: Die Abbildung zeigt die Temperaturprofile aller zehn Realisationen für die **EdS**-Kosmologie (links) und die **FlatLow**-Kosmologie (rechts). Für jeden Galaxienhaufen ist das Profil für die vier verschiedenen anfänglichen Magnetfeldstärken dargestellt. Dabei wird die mittlere Temperatur innerhalb einer Sphäre mit dem Radius R , in Einheiten der Virialtemperatur ohne Magnetfeld, gezeigt. Zusätzlich ist der Mittelwert über alle zehn Realisationen dargestellt.

ohne Magnetfeld noch zwei Kerne, deutlich an den zwei Maxima im Röntgenlicht zu erkennen, hat, während in allen anderen Fällen diese zwei Kerne bereits verschmolzen sind.

Abbildung (6.11) zeigt die Temperaturprofile aller Realisationen für beide Kosmologien. Dargestellt ist jeweils für alle vier Magnetfeldkonfigurationen aus Tabelle (5.1) die mittlere Temperatur in einer Sphäre mit dem Radius R . Die Temperatur wurde dabei in Einheiten der jeweiligen Temperatur des unmagnetisierten Galaxienhaufens, gemessen innerhalb der Sphäre des Virial-Radius, skaliert. Der Radius ist in Einheiten des Virial-Radius dargestellt. Deutlich zu sehen sind die unterschiedlichen Temperaturprofile der verschiedenen Galaxienhaufen selbst, und die Unterschiede, die sich für die verschiedenen Magnetfeldstärken ergeben. Der Mittelwert für das Temperaturprofil in der **EdS**-Kosmologie zeigt den allgemeinen Trend, dass die Galaxienhaufen mit größerem Magnetfeld eine niedrigere Temperatur haben. Dies ist gut zu verstehen, da das Gas in Galaxienhaufen durch den zusätzlichen, nicht-thermischen Druck, hervorgerufen durch das Magnetfeld, weniger Gasdruck und damit auch eine geringere Temperatur benötigt, um mit dem Potential ins Gleichgewicht zu gelangen. Die hier gezeigte Abweichung von ca. 5% liegt im Bereich der Erwartungen aus der Abschätzung des magnetischen Drucks aus Gleichung (6.2). In der **FlatLow**-Kosmologie ist dieser Trend aufgrund der Unsicherheiten in den Simulationen schon nicht mehr zu sehen. Dies war aufgrund des viel kleineren Verhältnisses des magnetischen Drucks zum thermischen Druck für diese Kosmologie zu erwarten (zu sehen in Abbildung (6.9)).

Eine in der Literatur oft untersuchte Korrelation bei Galaxienhaufen ist die so genannte

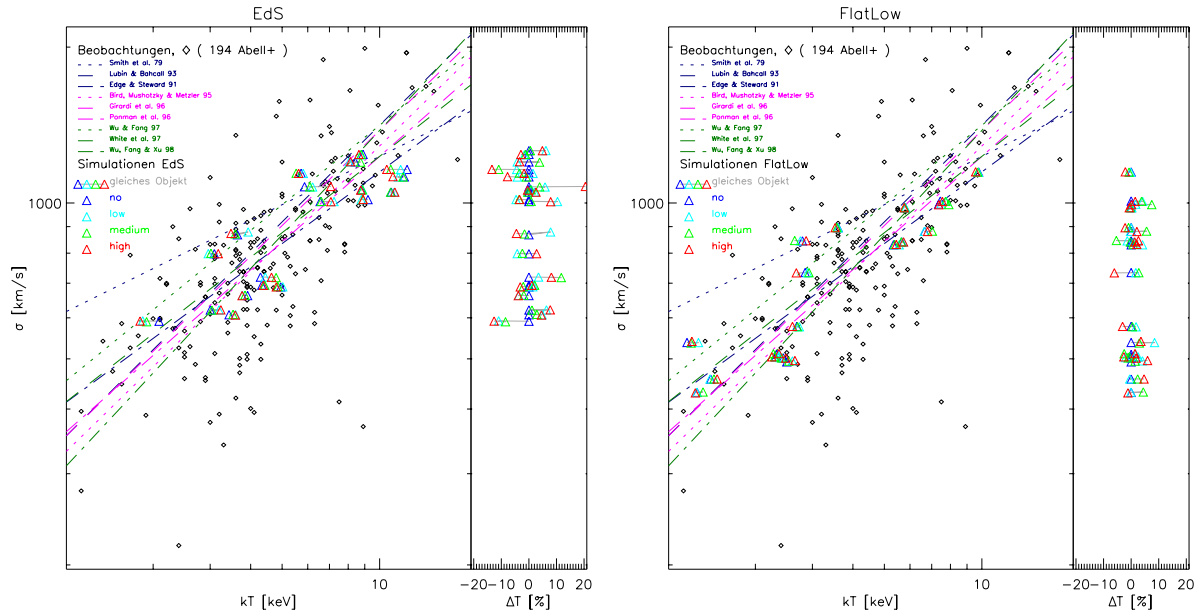


Abbildung 6.12: Dargestellt ist die Temperatur-Geschwindigkeitsdispersions-Relation für Galaxienhaufen. Die schwarzen Rauten sind alle im Moment zur Verfügung stehenden Daten für Galaxienhaufen aus der Literatur, die Linien sind zahlreiche Interpretationen von Teilen dieser Daten aus der Literatur. Die farbigen Dreiecke repräsentieren die simulierten Galaxienhaufen für verschiedene Anfangsmagnetfelder. Die kleinen zusätzlichen Abbildungen zeigen die relativen Temperaturänderungen der simulierten Galaxienhaufen für verschiedene Magnetfelder. Links sind die Realisationen für die **EdS**-Kosmologie, rechts für die **FlatLow**-Kosmologie aufgetragen. Um diese Relation auch in dem Bereich von kleineren Objekten darzustellen wurden alle in Tabelle (A.3) aufgeführten Objekte aus den jeweiligen Realisationen verwendet.

Masse-Temperatur-Relation. Diese resultiert aus der Tatsache, dass das Gas in massereichen Galaxienhaufen auch in einem tieferen Potential sitzt. Es wird somit stärker komprimiert, bis es den Druck aufbauen kann, der die Gravitation balanciert. Dabei wird das Gas heißer. Abbildung (6.12) zeigt diese Abhängigkeit für eine Zusammenstellung von beobachteten Galaxienhaufen, für die sowohl eine Temperatur als auch eine Geschwindigkeitsdispersion in der Literatur zu finden waren. Die Masse eines Galaxienhaufens kann nicht direkt gemessen werden. Allerdings kann aus der Geschwindigkeitsdispersion der Galaxien im Galaxienhaufen die Masse innerhalb eines Radius R_G aus Gleichung (1.24) bestimmt werden. Aus diesem Grund wird auch häufig dieser Zusammenhang gleich direkt als Temperatur-Geschwindigkeitsdispersions-Relation dargestellt. Ich habe Gleichung (1.24) benutzt, um aus der Virialmasse der simulierten Galaxienhaufen deren Geschwindigkeitsdispersion zu berechnen. Die Linien sind zahlreiche aus den Beobachtungen gewonnene Näherungen dieser Relation aus der Literatur. Zusätzlich sind in Abbildung (6.12) die Ergebnisse der Simulationen für die beiden Kosmologien **EdS** (links) und **FlatLow** (rechts) dargestellt. Die Farben der Symbole in dieser Darstellung repräsentieren die verschiedenen, anfänglichen Magnetfelder. Da, wie in Abbildung (6.11) gezeigt, die Temperaturänderung mit dem Radius stark variiert und bei kleinen Radien der größte Unterschied zu beobachten ist,

hängen die Ergebnisse für die Temperatur-Geschwindigkeitsdispersions-Relation stark davon ab, wie man die Temperatur definiert. Benutzt man die emissionsgewichtete Temperatur innerhalb des Virialradius, so verschwindet der Effekt nahezu. Da die Röntgenbeobachtungen jedoch nur bis zu viel kleineren Radien möglich sind, bevor das Signal im Hintergrundrauschen verschwindet, habe ich für Abbildung (6.12) die Temperatur nur innerhalb eines Drittels des Virialradius berechnet.

6.2.3 Was Röntgen bei Magnetfeldern falsch macht

Die Masse von beobachteten Galaxienhaufen kann auf verschiedene Weisen bestimmt werden, z.B. über den Gravitationslinseneffekt, mittels des Virialsatzes aus den gemessenen Geschwindigkeiten der Galaxien oder - unter Annahme hydrostatischen Gleichgewichts - aus den Beobachtungen im Röntgenlicht. In vielen beobachteten Galaxienhaufen können sich die mit diesen verschiedenen Messmethoden bestimmten Massen sehr unterscheiden⁵. Eine mögliche Ursache für falsche Ergebnisse bei der Massenbestimmung aus den Röntgendaten kann beispielsweise die fälschliche Annahme sphärischer Symmetrie und hydrostatischen Gleichgewichts in Galaxienhaufen mit Substruktur oder mit Verschmelzungsereignissen sein. Eine weitere Möglichkeit, die ich hier näher betrachten möchte, ist das Vorhandensein eines nicht-thermischen Drucks, hervorgerufen durch das Magnetfeld in den Galaxienhaufen.

Hierzu habe ich die synthetischen Röntgenkarten der simulierten Galaxienhaufen benutzt, um aus diesen die Massenprofile - analog zu den Verfahren mit echten Messungen⁶ - zu rekonstruieren. Hierzu werden erst einmal die Parameter S_0 , β und r_c eines so genannten β -Modells

$$S_X = S_0 \left(1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right)^{-3\beta+0.5} \quad (6.4)$$

[Cavaliere & Fusco-Femiano 1976] aus den synthetischen Röntgenkarten gewonnen. Unter der Annahme von sphärischer Symmetrie, des hydrostatischen Gleichgewichts

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = -\frac{d\Phi}{dr} = -G \frac{M(r)}{r^2}, \quad (6.5)$$

zusammen mit der idealen Gasgleichung $dP = k/(\mu m_p) d(\rho T)$ erhält man so die Masse $M(r)$ innerhalb des Radius r als

$$M(r) = \frac{-kr}{\mu m_p G} T \left(\frac{d \ln(\rho)}{d \ln(r)} + \frac{d \ln(T)}{d \ln(r)} \right), \quad (6.6)$$

mit der Boltzmannkonstanten k , der Gravitationskonstanten G , der Protonenmasse m_p und dem mittleren molekularen Gewicht $\mu = 4/(5f + 3)$. Für die primordiale Zusammensetzung f von Wasserstoff und Helium habe ich in meinen Simulationen einen Wert von $f = 0.76$ benutzt. Das

⁵Unterschiede um einem Faktor von zwei bis drei sind keine Seltenheit.

⁶Hierfür wurde ein Programm von S. Schindler verwendet, siehe u.A. [Schindler et al. 1999]

β -Modell wird sehr gerne bei der Analyse von Röntgendaten benutzt. Ein Grund hierfür ist, dass es sehr gut die Röntgenprofile von beobachteten wie auch von simulierten Galaxienhaufen beschreibt. Ein weiterer Grund für die Beliebtheit dieses Modells ist, dass sich - unter der Annahme eines isothermen Modells für den Galaxienhaufen - aus dem projizierten Röntgenprofil das dreidimensionale Gasprofil

$$\rho_{\text{gas}}(r) = \rho_{\text{gas}}^0 \left(1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right)^{-3\beta/2} \quad (6.7)$$

rekonstruieren lässt. Simulationen von Galaxienhaufen haben gezeigt, dass die aus dem β -Modell gewonnenen Massen - abhängig von dem Wert von β und dem Radius, innerhalb dessen man die Massen berechnet - die wahre Masse der simulierten Galaxienhaufen systematisch stark unterschätzen können [Bartelmann & Steinmetz 1996].

Eine bisher ungeklärte Frage ist nun, wie stark das Magnetfeld die Berechnung der Massen von Galaxienhaufen aus den Röntgendaten zusätzlich beeinflusst. Da in Gleichung (6.6) die Temperatur eingeht, beeinflussen die im vorigen Abschnitt gezeigten Temperaturänderungen die Massenbestimmung. Das Magnetfeld beeinflusst jedoch auch den Term $d \ln(\rho)/d \ln(r) + d \ln(T)/d \ln(r)$ in Gleichung (6.6). Der Vergleich der rekonstruierten mit den *wahren* Masseprofilen aus den Simulationen kann darüber Auskunft geben, wie groß der Netto-Effekt ist.

Abbildung (6.13) zeigt eine Zusammenfassung der Ergebnisse für die Simulationen in der **EdS**-Kosmologie. Die verschiedenen Farben repräsentieren die verschiedenen Anfangsmagnetfelder aus Tabelle (5.1) entsprechend der gezeigten Legende. Die verschiedenen Linienarten stehen für die verschiedenen verwendeten Projektionsrichtungen. Die linke Hälfte zeigt das Verhältnis des rekonstruierten Gasprofils zu dem *echten* Gasprofil in den Simulationen als Funktion des Radius bis zu einem Wert von 2Mpc. Die Y-Achse ist dabei zwischen 0.5 und 2 logarithmisch skaliert. Gut zu erkennen ist, dass die Rekonstruktion meist eine zu kleine Masse liefert. Auch sieht man dabei gut, dass die verschiedenen Projektionsrichtungen desselben simulierten Galaxienhaufens sehr unterschiedliche Ergebnisse liefern können. Die Unterschiede in den Ergebnissen für die verschiedenen Magnetfelder sind meist kleiner als die Unterschiede in den verschiedenen Projektionsrichtungen, können jedoch in manchen Modellen zu ähnlich großen Unterschieden führen. Der große, zusätzliche Teil der Abbildung zeigt jeweils den Mittelwert über alle Modelle⁷ als dicke Linien, und die Streuung um diesen Mittelwert als dünne Linie. Dabei ist klar zu erkennen, dass die gemittelten Kurven für die verschiedenen Magnetfelder nicht voneinander zu unterscheiden sind. Die Größe der Streuung zeigt jedoch eine Tendenz kleiner zu werden, je größer das involvierte Magnetfeld ist. Diese Tendenz wird nicht von einem Modell dominiert; dennoch denke ich, dass er ein Artefakt der kleinen Anzahl der verwendeten Modelle ist. Auf der rechten Seite von Abbildung (6.13) ist das gleiche für die rekonstruierte Gesamtmasse dargestellt.

⁷Nur die Y-Projektion aus Modell 5 wurde ausgeschlossen, da diese eine besonders große Abweichung aufweist (diese ist gerade noch im unteren Bereich der entsprechenden Abbildung zu erkennen), und somit alle Ergebnisse dominieren würde.

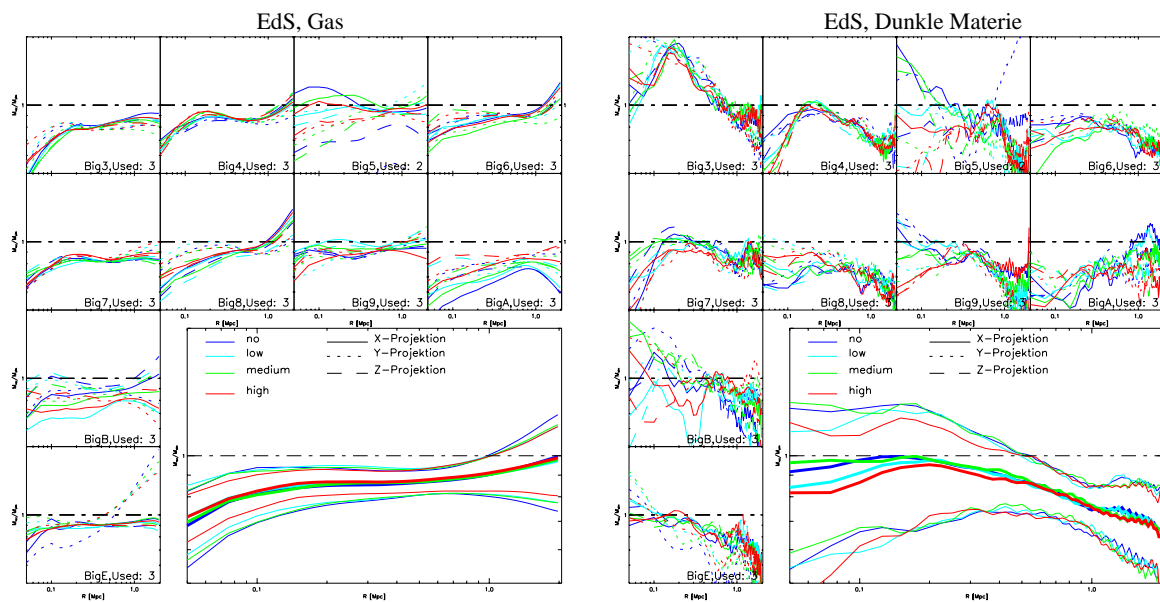
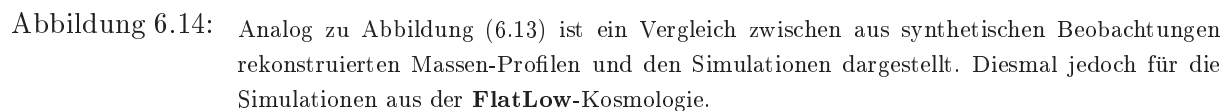


Abbildung 6.13: Die Abbildung zeigt den Vergleich der aus synthetischen Röntgendaten rekonstruierten Masseprofile für das Gas (links) und die Gesamtmasse (rechts) mit den Simulationen. Abgebildet sind alle zehn Realisationen in der **EdS**-Kosmologie für die vier - farblich entsprechend der Legende gekennzeichneten - verschiedenen Anfangsmagnetfelder. Die aus den drei verschiedenen Projektionsrichtungen gewonnenen Rekonstruktionen werden - der Legende entsprechend - durch die verschiedenen Linientypen dargestellt. Die rechte untere Abbildung zeigt jeweils die gemittelte Größe als dicke Linien und den von der Streuung aufgespannten Bereich als dünne Linien.

Deutlich zu erkennen ist, dass diese eine größere Streuung als die Gasprofile haben. Dies liegt daran, dass die Annahme einer über den gesamten Galaxienhaufen gleichmäßigen Temperatur, die zur Bestimmung der Gasmassen gemacht wurde, besser erfüllt ist als die Annahme, die Galaxienhaufen befänden sich im hydrostatischen Gleichgewicht. Auch weichen die rekonstruierten Gesamtmassen mit zunehmenden Abstand zum Zentrum immer stärker von den *wahren* Massen in den Simulationen ab. Man kann gut erkennen, dass für die Bestimmung der Virialmassen - bei einem Radius von 3Mpc und größer - die rekonstruierte Masse oft nur die Hälfte der *wahren* Masse ist. Abbildung (6.14) zeigt denselben Vergleich wie Abbildung (6.13), nur für die Modelle aus der **FlatLow**-Kosmologie. Dabei konnte das Modell **BigI** nicht in den Vergleich einbezogen werden, da es so viel Substruktur besitzt, dass es nicht möglich war, passende Parameter für das β -Modell zu finden. Für die Bildung des Mittelwertes wurden zusätzlich das Modell **Big1** und die Z-Projektion von Modell **BigF** ausgeschlossen, da deren Abweichungen die Ergebnisse dominiert hätten. Auch hier liefern manche Modelle mit Magnetfeld ebenso starke Abweichungen wie verschiedene Projektionsrichtungen, im Mittel jedoch ergibt sich auch hier kein Trend durch das Magnetfeld. Auch in dieser Kosmologie weichen die rekonstruierten Massen für große Radien stark von den *wahren* Massen in den Simulationen ab.



Meine Simulationen haben gezeigt, dass zwar die Massebestimmung einzelner Galaxienhaufen durch das Vorhandensein eines Magnetfeldes in den Galaxienhaufen beeinflusst werden kann, jedoch können die generell auftretenden Unterschiede in der Massebestimmung von Galaxienhaufen mit verschiedenen Methoden nicht durch das Vorhandensein von Magnetfeldern in Galaxienhaufen erklärt werden. Die Fehler, die aus den vereinfachenden Annahmen bei der Analyse der Röntgendaten resultieren, sind sehr viel größer, als der Einfluss des Magnetfeldes auf die Dynamik der Galaxienhaufen.

Kapitel 7

Mit Vollgas in die Zukunft

Die Ergebnisse, die ich in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellt habe und ihre gute Übereinstimmung mit den Beobachtungen ermutigen dazu, weitere Fragen zu stellen. Eine ausführliche Beantwortung dieser Fragen ist jedoch nur durch Verbesserung der Simulationen durch erhöhte Auflösung oder Einbeziehung zusätzlicher physikalischer Prozesse möglich. Dass dies mit dieser Art von Simulationen möglich ist, möchte ich kurz in diesem Kapitel zeigen. Dafür habe ich vereinfachte Modelle verwendet, um Testrechnungen durchzuführen, die erste Antworten auf diese Fragestellungen geben. Eine sehr interessante Frage, die sich stellt, ist die Interpretation einer zweiten Klasse von Beobachtungen, die im direkten Zusammenhang mit dem Magnetfeld stehen, nämlich der so genannten Radiohalos. Beobachtungen mit Radioteleskopen zeigen, dass viele Galaxienhaufen analog zu der diffusen Emission im Röntgenlicht auch eine diffuse Emission im Radiobereich besitzen. Diese Emission wird als die Synchrotron-Strahlung von relativistischen Elektronen im Galaxienhaufen interpretiert und ist somit ein kombiniertes Maß für die Dichte der relativistischen Elektronen und die Stärke des Magnetfeldes in Galaxienhaufen. Ein gutes auf Simulationen gestütztes Verständnis der Magnetfelder kann durch die Berechnung von künstlichen Radiohalos dazu beitragen, die Verteilung der relativistischen Elektronen in Galaxienhaufen und somit ihren Entstehungsprozess besser zu verstehen. Ein weiterer, sehr interessanter und unerforschter Bereich sind die Auswirkungen des Magnetfeldes auf die so genannten *Cooling Flows* im Zentrum mancher Galaxienhaufen. Durch Kühlprozesse, wie in Abschnitt (3.4) beschrieben, kann die Temperatur an Stellen, an denen das Gas besonders dicht ist, stark abnehmen. Hier treten dann durch den teilweisen Kollaps des kühlenden Gases besonders hohe Magnetfelder auf. Daher ist zu erwarten, dass hier der Einfluss, den das Magnetfeld auf die Dynamik solcher Gebiete ausübt, besonders groß ist. In diesem Kapitel möchte ich erste Ergebnisse, gewonnen aus meinen Simulationen, diskutieren. Anschließend möchte ich noch einmal alle wichtigen Ergebnisse meiner Simulationen zusammenfassen.

7.1 Radiosender Galaxienhaufen

Die Frage nach der Radioemission eines Galaxienhaufens ist immer auch die Frage nach den relativistischen Elektronen im Galaxienhaufen. Derzeit werden einige Möglichkeiten, wie relativistische Elektronen in Galaxienhaufen entstehen, diskutiert. Eine mögliche Quelle sind dabei Schocks, die bei Verschmelzungsereignissen entstehen. Da die daran beschleunigten relativistischen Elektronen - wegen der Magnetfelder in Galaxienhaufen - keine großen Strecken in Galaxienhaufen zurücklegen können, ist es schwierig, auf diese Weise ein diffuses Radiohalo über den ganzen Galaxienhaufen zu erklären. Diese Modelle können jedoch eine gute Erklärung für die beobachteten *Radiorelikte*¹ liefern [Ensslin et al. 1998]. Eine andere Möglichkeit, relativistische Elektronen verteilt im ganzen Galaxienhaufen zu erzeugen, sind so genannte *sekundäre* Modelle. Relativistische Protonen können - im Gegensatz zu den relativistischen Elektronen - den Galaxienhaufen nahezu verlustfrei durchqueren. Bei der Kollision zweier Protonen entstehen π^\pm Paare, die anschließend in Elektronen-Positron-Paare zerfallen. Da die relativistischen Protonen den Galaxienhaufen nahezu ungehindert durchqueren und ihn damit ausleuchten können, ist es unerheblich, an welcher Stelle² im Galaxienhaufen sie erzeugt werden.

Simulierte Galaxienhaufen mit realistischen Magnetfeldern können nun dazu benutzt werden, zu untersuchen, welche der Modelle für relativistische Elektronen eine mit den Beobachtungen in Einklang zu bringende Radioemission von Galaxienhaufen erzeugen. Dabei wird angenommen, dass die Magnetfelder in den Simulationen die in Galaxienhaufen vorkommenden Magnetfelder widerspiegeln. Die Simulationen reproduzieren zwar die beobachteten Rotationsmaße in Galaxienhaufen sehr gut, jedoch können kleinskalige Magnetfelder - die sich im Rotationsmaß wegmitteln - einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zum Radiohalo liefern. Für detailliertere Studien sollten des weiteren auch die Erzeugung der relativistischen Elektronen und deren zeitliche Entwicklung - und damit das entstehende Spektrum - direkt in der Simulation mitgerechnet werden. Dass dies erfolgversprechend ist, möchte ich in diesem Abschnitt zeigen, indem ich die Radioemission meiner simulierten Galaxienhaufen berechne. Dabei habe ich anhand vereinfachter Modelle die relativistischen Elektronen nachträglich in den Simulationsvolumina verteilt. Da - im Gegensatz zu der Berechnung des Rotationsmaßes - sich bei gleicher Dichte entgegengesetzte Magnetfelder nicht gegenseitig aufheben, sind für die Berechnung der Radioemission auch die Magnetfelder auf kleinen Skalen wichtig. Deswegen habe ich für die folgenden Auswertungen einen Satz von Simulationen in nur einer Kosmologie (**EdS**) und nur einer Magnetfeldstärke, dafür jedoch mit der verdoppelten Auflösung verwendet. Das Anfangsmagnetfeld wurde dabei so gewählt, dass es die beobachteten Rotationsmaße gut repräsentiert. Abbildung (7.6) zeigt unter anderem diese Modelle (hellblaue, gestrichelte Linie) im Vergleich mit den Messungen (rote Linie).

Unter der Annahme, dass die relativistischen Elektronen ein wie in Gleichung (1.32) be-

¹Ausgedehnte, stark verzerrte diffuse Radioemission, die meist in der Peripherie der Galaxienhaufen auftritt.

²In Schocks, möglicherweise auch in starken Radiogalaxien, Jets oder AGNs.

schriebenes Spektrum mit einem Index von $\gamma \approx 3.5$ besitzen, bleibt die einzige Unbekannte die Normierung N_0 dieses Spektrums. Falls sich die relativistischen Elektronen in einem Gleichgewichtszustand zwischen Teilchen-Erzeugung $\propto n_e^2$ und -Kühlung³ $\propto \epsilon_B + \epsilon_{\text{CMB}}$ befinden, kann angenommen werden, dass das Spektrum sich nicht mit der Zeit ändert. Damit kann die Normierung des Spektrums aus den Erzeugungs- und Kühlraten der relativistischen Elektronen konstruiert werden. Somit ergibt sich

$$N_0 \propto \frac{n_e^2}{B^2 + B_{\text{CMB}}^2} \quad (7.1)$$

für die Normierung, wobei das der Energiedichte ϵ_{CMB} des kosmischen Mikrowellenhintergrundes entsprechende Magnetfeld $B_{\text{CMB}} \equiv \sqrt{8\pi\epsilon_{\text{CMB}}} = 3.24\mu\text{G}$ eingeführt wurde [T. Ensslin, persönliches Gespräch]. Die Proportionalitätskonstante kann nun so gewählt werden, dass die Radioleuchtkraft eines simulierten Galaxienhaufens einen gegebenen Wert annimmt, also beispielsweise dem des Coma-Galaxienhaufens entspricht. Für alle anderen Realisationen kann dann dieselbe Proportionalitätskonstante gewählt werden. Dabei ist die Radioleuchtkraft - wie in der Radioastronomie üblich - über den Frequenzbereich von 10MHz bis 10GHz berechnet [Pacholczyk 1970]. Damit liegen die Radioleuchtkräfte der simulierten Galaxienhaufen im Bereich von 10^{41}erg/sec . Abbildung (7.1) zeigt die Korrelation zwischen der so gewonnenen Radioleuchtkraft und der Temperatur der simulierten Galaxienhaufen, verglichen mit der gemessenen Korrelation

$$L_{\text{Radio}} \propto T^{6.25} \quad (7.2)$$

aus [Colafrancesco 1999]. Dabei ist gut zu erkennen, dass auch die Radioleuchtkraft der simulierten Galaxienhaufen - analog zu den Beobachtungen - entsprechend T^6 skaliert.

Ein weiterer Konsistenztest ist die Betrachtung der sich aus diesem Modell ergebende Energiedichte der relativistischen Elektronen

$$E_{\text{rel}} = \int_{E_0}^{\infty} E N_0 E^{-\gamma} dE \quad (7.3)$$

in den simulierten Galaxienhaufen⁴. Für die Energie E_0 , ab der ich ein Elektron als relativistisch annehme, habe ich 50MeV gewählt. Die Werte, die sich für die so konstruierten relativistischen Elektronen ergeben, liegen innerhalb der in der Literatur angegebenen Grenzen $E_{\text{rel}} \approx 10^{-12} - 10^{-11} \text{ erg/cm}^3$ [Böhringer 1995].

Abbildung (7.2) zeigt einen Überblick über die Radiohalos der simulierten Galaxienhaufen in allen drei Projektionsrichtungen. Die Morphologie derartiger künstlicher Radiohalos kann im Vergleich mit den Beobachtungen aus den Abbildungen (1.9) und (1.10) dazu verwendet werden, verschiedene Mechanismen für die Entstehung der relativistischen Elektronen in Galaxienhaufen

³Bei diesen hohen Teilchenimpulsen p überwiegen die Synchrotron- ($\propto \epsilon_B p^2$) und Invers-Compton-Verluste ($\propto \epsilon_{\text{CMB}} p^2$) gegenüber den Coulomb- ($\propto n_e$) und Bremsstrahlungs-Verlusten ($\propto n_e p$).

⁴Dabei hat N_0 entsprechend *krumme* Einheiten, damit der Integrand die richtige Dimension hat.

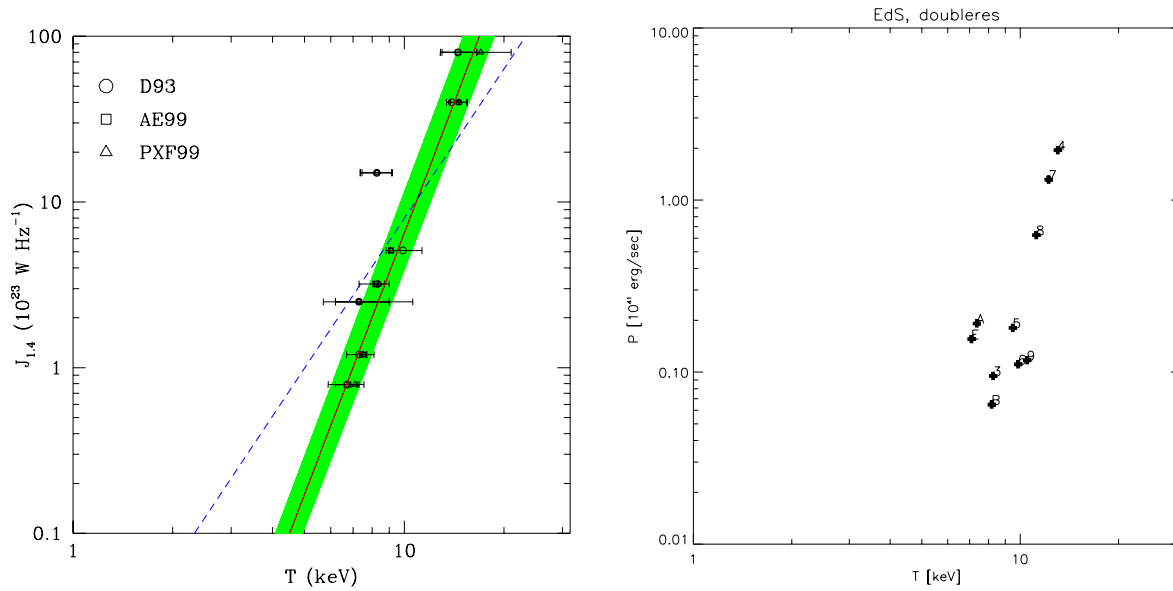


Abbildung 7.1: Die Abbildung zeigt die beobachtete Korrelation zwischen Temperatur und Radioleuchtkraft (links) aus [Colafrancesco 1999] und die, aus den Simulationen zusammen mit einem einfachen Modell für die relativistischen Elektronen gewonnene, Korrelation (rechts). Die Zahlen stehen dabei für die Bezeichnung des entsprechenden Modells *BigX*. Für die Beobachtungen ist die Leuchtkraft bei 1.4GHz dargestellt, während für die Simulationen die Radioleuchtkraft für den gesamten Radiobereich berechnet wurde.

zu testen. Nur wenige simulierte Radiohalos haben so wenig Substruktur wie beispielsweise Coma oder A2363 aus Abbildung (1.9). Die simulierten Radiohalos wurden jedoch nicht entsprechend den Beobachtungen mit dem *Radio-Beam* geglättet. Auch eine weitere Erhöhung der Auflösung in den Simulationen könnte zu einem glatteren Aussehen der Radiohalos führen, da mit diesen auch die kleineren Strukturen im Magnetfeld berücksichtigt werden würden. Diese kleinskaligen Magnetfelder würden dann ein gleichmäßigeres Bild des Radiohalos über den ganzen Galaxienhaufen hinweg erzeugen, während die großskalig magnetisierten Filamente - abhängig von ihrer Richtung in Bezug auf den Beobachter - sehr lokalisierte Radiostrahlung produzieren. Zudem zeigen auch die in Abbildung (1.10) dargestellten, beobachteten Galaxienhaufen sehr viel Substruktur in ihrer Radio-Emission.

Einen einfachen Vergleich des von mir verwendeten Modells mit den Beobachtungen zeigt Abbildung (7.3). Hier vergleiche ich das beobachtete radiale Profil des Radiohalos im Coma-Galaxienhaufen aus Abbildung (1.8), dargestellt als dicke Linie, mit den Simulationen. Die drei dünnen Linien sind die - in den drei verschiedenen Projektionsrichtungen gewonnenen - Profile aus den jeweiligen simulierten Galaxienhaufen. Da die Normierung so gewählt wurde, dass eine passend erscheinende Simulation die Radioleuchtkraft des Coma-Galaxienhaufens hat, könnten die theoretischen Kurven noch durch Änderung der Normierung verschoben werden. Die Form der Profile sollte sich dabei jedoch nicht ändern. Gut zu erkennen ist, dass zwei Projektionsrich-

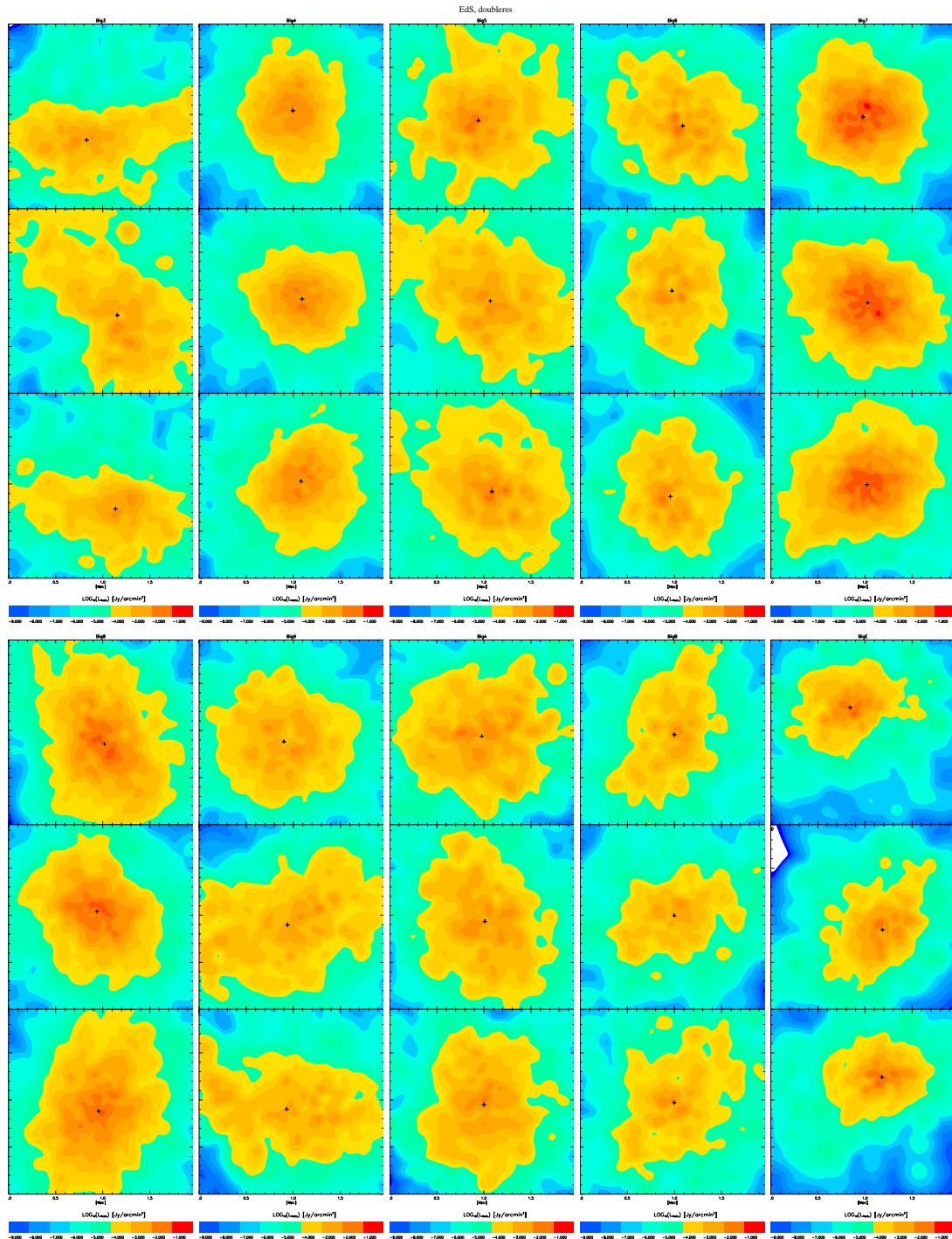


Abbildung 7.2: Diese Abbildung zeigt die synthetischen Radiokarten aller zehn Realisationen in allen drei Projektionsrichtungen. Der Radiofluss ist logarithmisch entsprechend der Legende skaliert. Dargestellt sind Ausschnitte mit einer Kantenlänge von jeweils 2 Mpc.

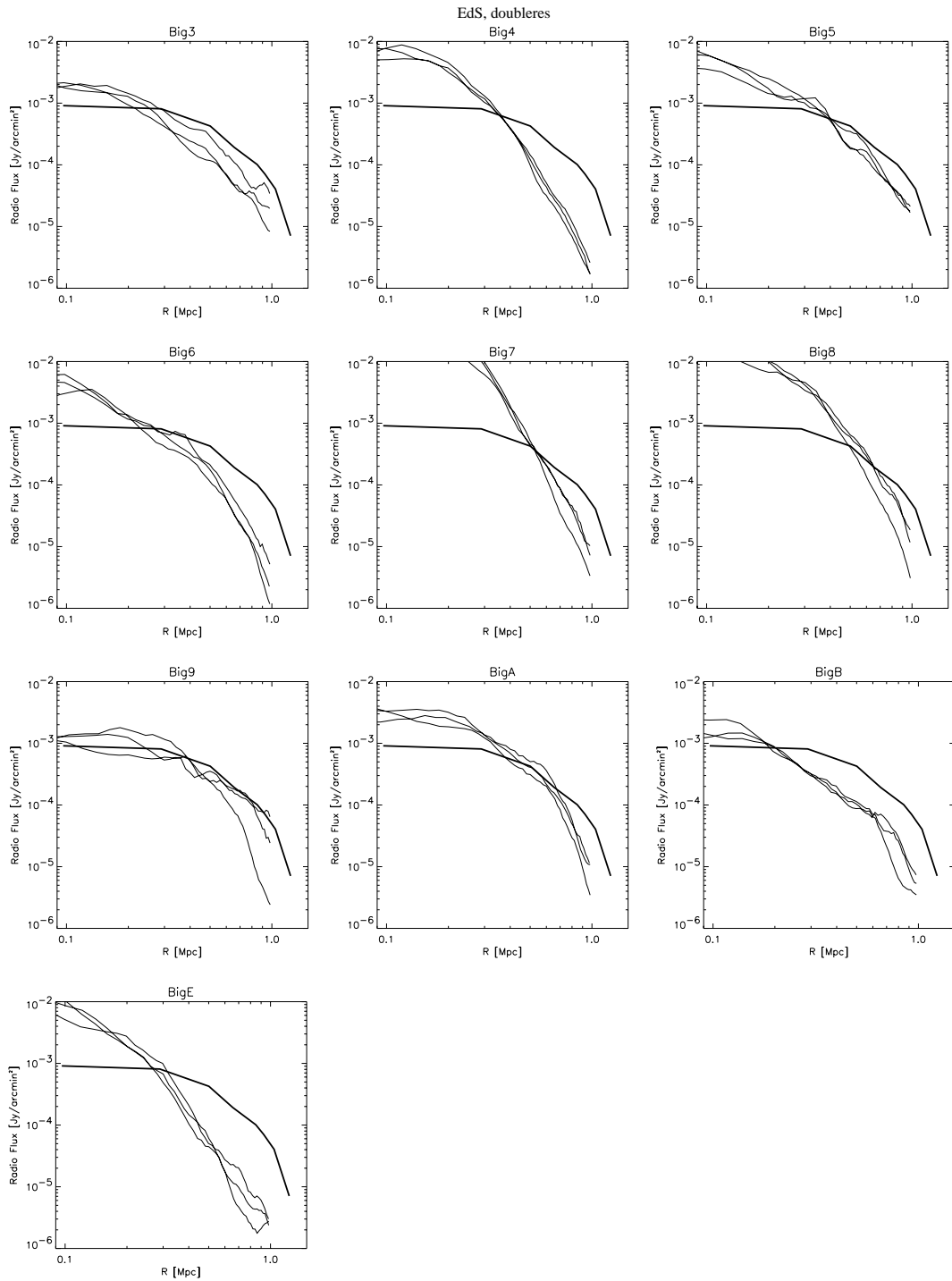


Abbildung 7.3: Die Darstellung zeigt die radialen Profile der Radiohalos. Jede Abbildung enthält die Messungen aus dem Coma-Galaxienhaufen (dicke Linie) aus [Deiss et al. 1997] und die synthetischen Radioprofile in den drei Projektionsrichtungen der simulierten Galaxienhaufen.

tungen des Modells *Big9* sehr gut mit den Messungen übereinstimmen. Einige andere Modelle sind den Messungen noch ähnlich, wieder andere hingegen haben viel steilere Profile. Entscheidend ist jedoch, dass sich in den Simulationen Galaxienhaufen finden lassen, die vergleichbare Profile im Radiolicht wie der gut untersuchte Coma-Galaxienhaufen haben. Typischerweise sind die synthetischen Profile steiler als das des Coma-Galaxienhaufen. Dies kann darauf hindeuten, dass das verwendete Modell für die relativistischen Elektronen zu stark von der lokale Dichte abhängt. Dies würde zu einem steilen Profil für die relativistischen Elektronen führen. Zusammen mit dem Profil des Magnetfeldes ergäbe sich ein noch steileres Profil für das Radiohalo. Andererseits ist auch hier wieder interessant, dass ausgerechnet ein simulierter Galaxienhaufen, der elliptisch verzerrt ist - was auf ein Verschmelzungsereignis hindeutet -, von der Form des Radiohalos ausgehend am besten mit Coma übereinstimmt. Dies würde bedeuten, dass das Radioprofil vom Coma-Galaxienhaufen nur deswegen so flach ist, weil dieser ein Verschmelzungsereignis durchläuft. Die elliptische Form in zwei der Projektionen von *Big9* ist in der Abbildung (7.2), untere Hälfte, 2. Spalte gut zu erkennen.

7.2 Kalt und magnetisch

Die Rolle von Magnetfeldern in so genannten *Cooling Flows* in Galaxienhaufen ist eine oft diskutierte Frage. Die physikalischen Prozesse, die in diesen *eiskalten* Gebieten in den Zentren von Galaxienhaufen ablaufen, sind sehr komplex. In diesem Abschnitt möchte ich anhand eines kleinen Beispiels zeigen, wie die von mir vorgestellten magnetohydrodynamischen Simulationen dazu verwendet werden können, dieses Phänomen zu untersuchen. Dabei möchte ich auch die nächsten Schritte zeigen, die nötig sind, um meine Simulationen an diese Art von Problemstellung anzupassen.

Wie bereits in der Einführung der numerischen Methode erwähnt, haben alle numerischen Simulationen das Problem, dass unter Berücksichtigung der Kühlprozesse eine so genannte Kühlkatastrophe in den Simulationen einsetzt. In den Simulationen tritt zusätzlich eine nicht-physikalische, numerische Heizung durch Zwei-Körper-Streuung der Teilchen auf. Diese ist um so größer, je massereicher die Teilchen sind, die in der Simulation verwendet werden [Steinmetz & White 1997]. Daher muss für eine korrekte Untersuchung der Kühlprozesse in Galaxienhaufen eine möglichst hohe Auflösung verwendet werden, da sonst der Beitrag dieser numerischen Heizung die Ergebnisse verfälscht. Abbildung (7.4) zeigt die kritische Masse, die ein Teilchen in einer numerischen Simulation höchstens haben darf, als Funktion der Größe des simulierten Objekts im Vergleich zu der verwendeten Kühlfunktion. Am rechten Rand der Abbildung ist zu erkennen, dass für die Galaxienhaufen mit einer Virialtemperatur von 10^8 K die in den Simulationen verwendete Teilchenmasse von $3.2 \times 10^{11} M_{\odot}$ knapp über der Linie für die Kühlfunktion bei primordialer Zusammensetzung (durchgezogene Linie) liegt, und somit das Kühlen des Gases stark von diesem numerischen Heizen beeinflusst wird.

Weiter unklar ist auch, inwieweit das Gas im Galaxienhaufen durch Supernovae und Stern-

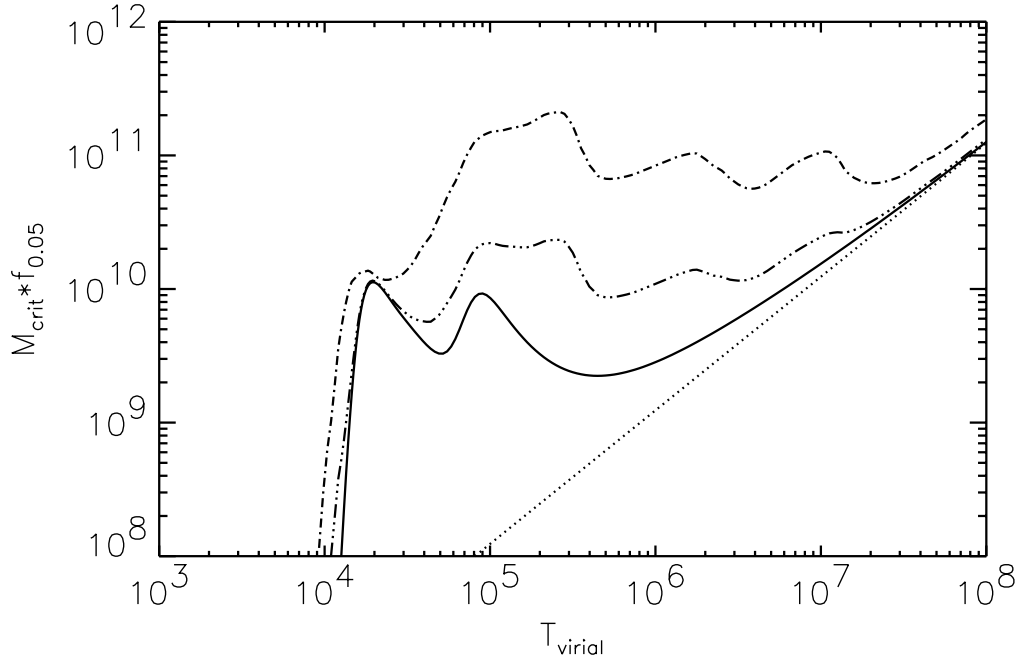


Abbildung 7.4: Diese Abbildung zeigt die kritische Masse der Dunkle-Materie-Teilchen in einer numerischen Simulation als Funktion der Virialtemperatur des simulierten Objekts aus [Steinmetz & White 1997]. Verglichen werden dabei die Kühlfunktion für ein Gas mit primordialer Zusammensetzung (durchgezogene Linie), einer Zusammensetzung von einem Zehntel der Sonnenmetallizität (Strich-drei-Punkt Linie), einer Zusammensetzung vergleichbar mit der Sonnenmetallizität (Strichpunkt-Linie) und reiner Bremsstrahlungskühlung (gepunktete Linie).

entstehung geheizt wird. Die allgemeine Meinung ist jedoch, dass dies auf keinen Fall ausreichend ist, um das Kühlen zu kompensieren. Es ist auch noch unklar, wie derartige Prozesse, die weit unterhalb der Massen- und Ortsauflösung der Simulationen ablaufen, in diese eingebaut werden könnten [Steinmetz & White 1997].

Das Magnetfeld kann den Kühlprozess auf zwei verschiedene Weisen beeinflussen. Auf der einen Seite liefert das Magnetfeld einen Beitrag zum Druck. Da das Gas durch die Kühlung kollabiert und dabei stark komprimiert wird, ist zu erwarten, dass auch das Magnetfeld in diesen kalten Gebieten stark zunimmt. Messungen des Rotationsmaßes in den Zentren von Galaxienhaufen, in denen *Cooling Flows* beobachtet werden, deuten auf wesentlich höhere Magnetfelder hin, als normalerweise in Galaxienhaufen beobachtet werden. Dieses starke Magnetfeld könnte möglicherweise den weiteren Kollaps des Gases verhindern. Da die Kühlung des Gases proportional zum Quadrat der Dichte ist, führt ein verlangsamter Kollaps auch zu wesentlich kleineren Kühlraten. Abbildung (7.5) zeigt, wie sich das Magnetfeld in meinen Simulationen unter Berücksichtigung von Kühlprozessen verhält. Die schwarzen Linien zeigen die Dichteprofile desselben

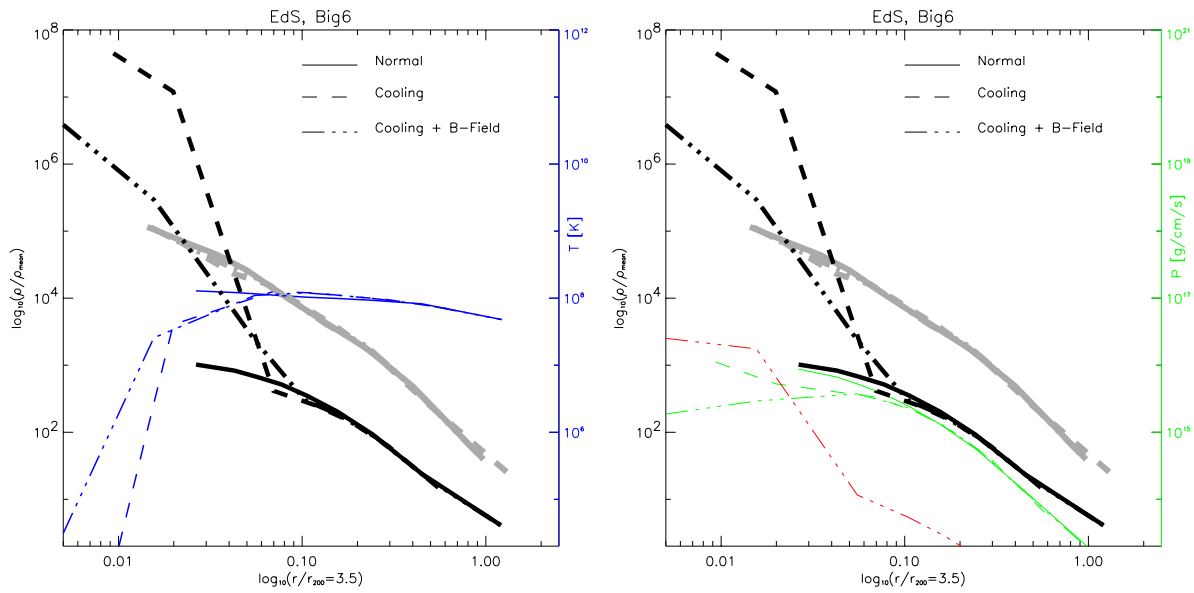


Abbildung 7.5: Diese Abbildung vergleicht drei verschiedene Simulationen desselben Galaxienhaufens. Dargestellt sind die Dichteprofile für Gas (schwarze Linien) und Dunkle Materie (graue Linien), die Temperaturprofile (blaue Linien) und die Druckprofile (grüne Linien). Die verschiedenen Linienarten unterscheiden die Simulation ohne Kühlung (durchgezogene Linie), mit Kühlung (gestrichelte Linie) und mit Kühlung und Magnetfeld (Strichpunkt-Linie). Für die Simulation mit Kühlung und Magnetfeld ist zusätzlich in der rechten Abbildung das Profil für den magnetischen Druck (rote Linie) dargestellt. Gut zu erkennen ist, dass dieser im Zentrum des Galaxienhaufens größer ist als der thermische Druck.

Galaxienhaufens, simuliert mit verschiedenen Parametern. Die durchgezogenen Linien repräsentieren die *Standard*-Simulation, ohne Kühlprozesse. Werden nun die Kühlprozesse berücksichtigt (gestrichelte Linien), so kommt es zu der erwähnten Kühlkatastrophe. Während sich das Dichteprofil für die Dunkle Materie (graue Linien) nicht ändert, steigt die Gasdichte im Zentrum dieser Simulation um mehrere Größenordnungen⁵, während die Temperatur (blaue Linien) im Zentrum um ähnlich viele Größenordnungen fällt. Das Abnehmen der Temperatur wird durch die Erhöhung der Dichte kompensiert, so dass sich der Druck (grüne Linien) nur leicht ändert. Er ist etwas niedriger als vorher, was bedeutet, dass Gas in das Zentrum des Galaxienhaufens strömt. Berücksichtigt man nun auch die Magnetfelder in diesen Simulationen (Strichpunkt-Linien), so ist deutlich zu erkennen, dass durch die Verstärkung des Magnetfeldes ein nicht-thermischer Druck (rote Linie) aufgebaut wird, der im Zentrum deutlich stärker - linke Seite von Abbildung (7.5) - als der thermische Druck wird. Damit steigt die Dichte im Zentrum weniger extrem an, und das Gas wird auch nicht so stark gekühlt. Betrachtet man die - analog zu den gemessenen gewonnenen - emissionsgewichteten Temperaturkarten, so wird das kalte Zentrum teilweise von dem heißeren, zwischen dem Zentrum und dem Beobachter liegendem Gas verdeckt. Die so

⁵Bei höherer Auflösung würde die Dichte wahrscheinlich sogar noch stärker ansteigen.

in den synthetischen Temperaturkarten auftretenden kalten Gebiete sind vergleichbar mit den Beobachtungen von *Cooling Flows* in Galaxienhaufen.

Die zweite Weise, auf die das Magnetfeld das Kühlen des Gases beeinflussen kann, ist die Deposition von Energie aus dem Magnetfeld im Gas. Die Grundlagen dafür können jedoch nur durch die Verwendung von nichtidealen, magnetohydrodynamischen Simulationen gewonnen werden. Hierfür können meine Simulationen Hintergrundmodelle für die Bedingungen für Dichte, Temperatur und Magnetfeld, wie sie im Zentrum von Galaxienhaufen herrschen, liefern. Damit ist es möglich, in derartigen Simulationen zu berechnen, wieviel Energie durch Rekonnexion aus dem Magnetfeld in das Gas zurückgegeben wird. Derartige Simulationen sind derzeit in Vorbereitung an der Universitäts-Sternwarte München [Birk et al. 1998]. Die Ergebnisse derartiger Simulationen können dann in einem zweiten Schritt als Heizrate in meine Simulationen eingebaut werden.

7.3 Zusammenfassung

Ich habe ein Programm zur Simulation der Entstehung von Galaxienhaufen in einer kosmologischen Umgebung [Steinmetz 1996] um die Gleichungen der Magnetohydrodynamik erweitert. Alle Tests, die ich mit diesem Programm durchgeführt habe, zeigten, dass das Programm dazu geeignet ist, die Entwicklung des Magnetfeldes während der Entstehung des Galaxienhaufens zu untersuchen. Zur Untersuchung der Entwicklung und der Eigenschaften des entstehenden Magnetfeldes wurden Simulationen in verschiedenen Kosmologien, mit verschiedenen Konfigurationen - sowohl in der Stärke als auch in der Geometrie - für das anfängliche Magnetfeld und mit verschiedenen - soweit möglich - numerischen Auflösungen durchgeführt. Anschließend wurden die Ergebnisse dieser Simulationen mit den vorhandenen Beobachtungen verglichen. Die wichtigsten Ergebnisse möchte ich noch einmal kurz zusammenfassen.

- Der Gravitationskollaps von Galaxienhaufen in kosmologischer Umgebung ist in der Lage, Magnetfelder mehr zu verstärken, als es einfache Kollapsmodelle vorhersagen. Dies liegt insbesondere an den auftretenden Turbulenzen in Scherströmungen und in den Verschmelzungsereignissen, getrieben durch die Entwicklung der großräumigen Strukturen im Universum. Besonders wichtig in diesem Zusammenhang ist, dass die Anfangsmagnetfelder, die von Modellen zur Entstehung derartiger Magnetfelder im frühen Universum vorhergesagt werden, bisher als nicht groß genug galten, um auf die heutigen Feldstärken verstärkt zu werden. Meine Simulationen zeigen hingegen, dass diese kleinen Felder durchaus so verstärkt werden, dass sie den Beobachtungen entsprechen.
- Die Entwicklung der Galaxienhaufen wird von der Gravitation dominiert. Ein weiteres wichtiges Ergebnis meiner Simulationen ist, dass die entstehenden Magnetfeldstrukturen auch hauptsächlich von dieser Entwicklung geprägt sind. Simulationen mit maximal verschiedenen Anfangsgeometrien für das Magnetfeld - homogen und chaotisch - erzeugen

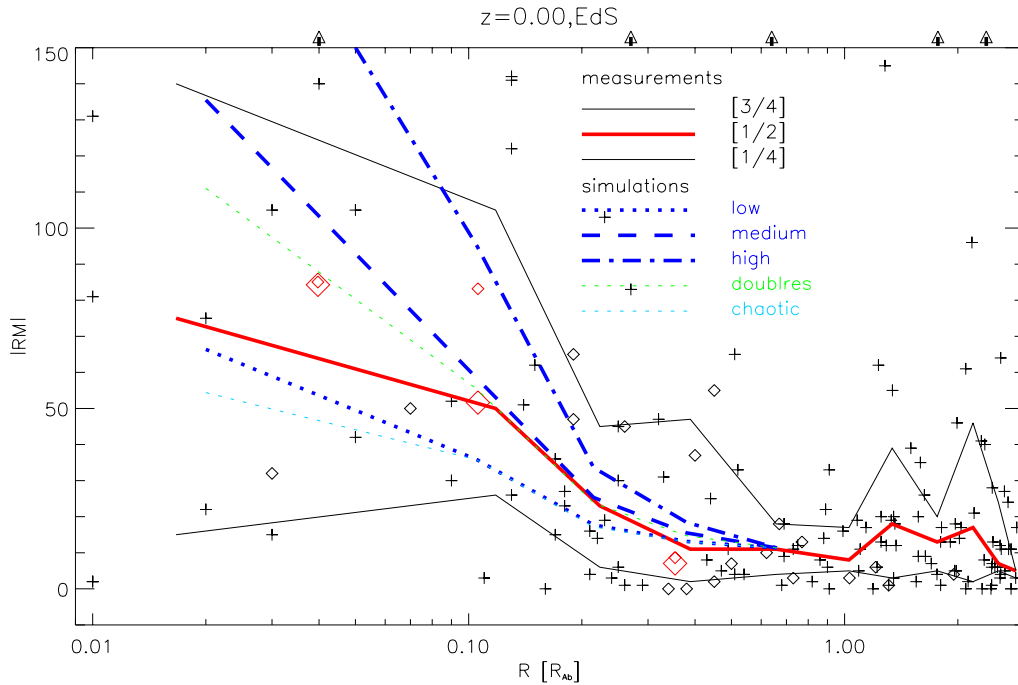


Abbildung 7.6: Die Abbildung zeigt einen Vergleich der zehn simulierten Galaxienhaufen in der **EdS**-Kosmologie für verschiedene Magnetfelder (blaue, dicke Linien) mit den gesammelten Rotationsmaßdaten aus [Kim et al. 1990] (rote, dicke Linie). Zusätzlich sind die Daten aus den Messungen im Galaxienhaufen A119 (rote, kleine Rauten) aus [Ferretti et al. 1999] abgebildet. Addiert man ein konstanter Wert zu den Messungen - um $\langle \text{RM} \rangle = 0$ zu erreichen - erhält man die korrigierten Werte (rote, große Rauten). Genau wie in Abbildung (6.6) wurden für jede Messung synthetische Daten aus alle Simulationen für das niedrige (gepunktete Linie), das mittlere (gestrichelte Linie) und das hohe Magnetfeld (Strichpunkt-Linie) verwendet. Zusätzlich sind (in hellblau) noch dieselben Simulationen für das niedrige Magnetfeld, jedoch diesmal mit den chaotischen Anfangsbedingungen (dünne, gepunktete Linie) und die Simulationen mit doppelter Auflösung (dünne, gestrichelte Linie) dargestellt.

nicht zu unterscheidende heutige Magnetfelder. Dies ist beispielsweise in Abbildung (7.6) zu sehen. Die Simulationen für das niedrige Anfangsmagnetfeld (gepunktete Linien) liefern für das chaotische Anfangsfeld (dünne, hellblaue Linie) dieselben Ergebnisse wie für das homogene Anfangsfeld (dicke, blaue Linie). Dies lässt ein weiteres Spektrum an Modellen zu, die Vorhersagen über Magnetfelder im frühen Universum liefern, da somit das Anfangsmagnetfeld nicht unbedingt homogen auf einer Skala sein muss, die größer als die von mir verwendete Auflösung ist.

- Durch die Simulationen mit verschiedenen Feldstärken für die Anfangsmagnetfelder und den anschließenden Vergleich mit Beobachtungen können Aussagen darüber gemacht werden, welche Anfangsfelder nötig sind, um die heutigen Messungen zu reproduzieren. Abbildung (7.6) zeigt den Vergleich der drei verschiedenen Stärken für das Anfangsmagnetfeld

mit einer Sammlung von Messungen.

- Die simulierten Galaxienhaufen reproduzieren sowohl den mittleren radialen Verlauf der gemessenen Rotationsmaße - zu sehen in Abbildung (7.6) - als auch die gefundenen Rotationsmaße für individuelle Galaxienhaufen wie beispielsweise Coma und A119.
- Obwohl die Entstehung der Galaxienhaufen von der gewählten Kosmologie abhängt, zeigen die Ergebnisse meiner Rechnungen für zwei verschiedene Kosmologien keine signifikanten Unterschiede in den synthetischen Rotationsmaßkarten. Die Galaxienhaufen in der **FlatLow**-Kosmologie sind zwar etwas kleiner und deswegen auch weniger magnetisiert als die Galaxienhaufen in der **EdS**-Kosmologie, aber da - um mit anderen Beobachtungen konsistent zu bleiben - die Hubblekonstante für diese Kosmologie größer ist, liegt die Position der beobachteten Rotationsmaße näher an den Haufenzentren. Somit können auch die kleineren und weniger magnetisierten Galaxienhaufen in der **FlatLow**-Kosmologie die Beobachtungen gut reproduzieren.
- Die Magnetfelder haben dynamisch keinen Einfluss auf die Entstehung der Galaxienhaufen. Dennoch können sie beobachtete Größen im Galaxienhaufen ändern. Beispielsweise können die aus den Röntgenbeobachtungen gewonnenen Temperaturen aufgrund des vorhandenen Magnetfeldes sich um bis zu 5% ändern. Dieser Effekt hängt von der Stärke des vorhandenen Magnetfeldes und - über den Gasanteil - auch von der gewählten Kosmologie ab.
- Die magnetisierten Galaxienhaufen meiner Simulationen können dazu verwendet werden, durch Berechnung von synthetischen Radiohalos und deren Vergleich mit Beobachtungen Aussagen über die Population - und damit über die Entstehungsprozesse - von relativistischen Elektronen in Galaxienhaufen zu treffen. Einfache Modelle für relativistische Elektronen zusammen mit den Simulationen liefern schon gute Ergebnisse im Vergleich mit den Beobachtungen. Die Steigung in der beobachteten Korrelation zwischen Radioleuchtkraft und Temperatur von Galaxienhaufen wird beispielsweise schon sehr gut durch die simulierten Galaxienhaufen reproduziert.
- Erste Tests mit meinen Simulationen zeigen, dass das Magnetfeld in Galaxienhaufen tatsächlich einen großen Einfluss auf die Gebiete im Galaxienhaufen haben kann, in denen das Gas kühlt. Zusätzlich zu dem durch das Magnetfeld ausgeübten Druck ist es möglich, einen Teil der Energie des Magnetfeldes durch Rekonnektion an das Gas zurückzugeben. Die Ergebnisse meiner Simulationen für die Struktur und Stärke der Magnetfelder in Galaxienhaufen können dazu verwendet werden, diesen Prozess in speziellen, nichtidealen MHD-Simulationen zu untersuchen. Die Ergebnisse derartiger Simulationen können dann wiederum in meine Simulationen implementiert werden, um das Verhalten der *Cooling Flows* in Galaxienhaufen detaillierter zu untersuchen.

Anhang A

Tabellen

A.1 Simulationen

model	H_0	Ω_{m}^0	Ω_{λ}^0	σ_8	f_{bary}	Quelle
EdS	0.5	1.0	0.0	1.2	5%	[Bartelmann & Steinmetz 1996]
FlatLow	0.7	0.3	0.7	1.05	10%	[Eke et al. 1998]

(A.1)

Die Tabelle (A.1) zeigt die Parameter der verschiedenen verwendeten Kosmologien.

EdS	Gas	Dark	Bound	FlatLow	Gas	Dark	Bound
Big3	51027	51027	33612	Big0	50653	50653	12789
Big4	48316	48316	22064	Big1	64000	64000	12052
Big5	48849	48849	19767	Big2	42875	42875	3329
Big6	49401	49401	26388	BigC	64000	64000	12058
Big7	49940	49940	23788	BigD	64000	64000	11330
Big8	47900	47900	20968	BigF	64000	64000	11342
Big9	47559	47559	16522	BigG	64000	64000	11329
BigA	49245	49245	25599	BigH	54872	54872	12066
BigB	50141	50141	23772	BigI	54872	54872	12064
BigE	49472	49472	25472	BigJ	39304	39304	12803

(A.2)

Tabelle (A.2) listel die Anzahl der verwendeten Teilchen für alle Simulationen der **EdS**-Kosmologie (links) und der **FlatLow**-Kosmologie (rechts) auf.

A.2 Verwendete Objekte

EdS				FlatLow			
Big3	0	3		Big0	0	1	
Big4	0	1		Big1	0		
Big5	0			Big2	0	3	
Big6	0	2		BigC	2	0	1
Big7	0	1		BigD	1		
Big8	0			BigF	2	0	
Big9	0	1		BigG	0	1	
BigA	2	0	1	BigH	0	1	
BigB	0	2		BigI	0	1	
BigE	0	1	2	BigJ	0		

(A.3)

Tabelle (A.3) listet die verwendeten Objekte für die Auswertungen in beiden Kosmologien auf. Der erste Index für jedes Modell ist das jeweils größte Objekt. Dieses wird in der Arbeit als „*der Galaxienhaufen*“ aus der Simulation **BigX** bezeichnet. Für die Darstellung der Temperatur-Geschwindigkeitsdispersions-Relation in Abbildung (6.12) wurden alle hier aufgeführten Objekte verwendet. Die Entwicklung und die Masse der Objekte in der **EdS**-Kosmologie lassen sich aus Abbildung (5.2) ansehen.

Modell	anfängliches Magnetfeld	Kosmologie
no	<i>kein Magnetfeld</i>	EdS & FlatLow
low	0.2×10^{-9} G	EdS & FlatLow
medium	1.0×10^{-9} G	EdS & FlatLow
high	5.0×10^{-9} G	EdS & FlatLow
chaotic	0.2×10^{-9} G	EdS
doublers	0.2×10^{-9} G	EdS

(A.4)

Die Tabelle (A.4) zeigt die anfänglichen Magnetfeldstärken für die verschiedenen Modelle. Für die Modelle *low*, *medium*, *high* und *doublers* wurde ein homogenes Magnetfeld auf die Anfangsdaten gelegt.

Literaturverzeichnis

- [Abell 1957] Abell, G. O., 1957
„*The distribution of rich clusters of galaxies*“
(AJ, **62**, 3, 1957)
- [Bahcall et al. 1999] Bahcall, N., Ostriker, J. P., Perlmutter, S., Steinhardt, P. J., 1999:
„*The Cosmic Triangle: Revealing the State of the Universe*“
(Science **284**, 1481-1488, 1999)
- [Banday et al. 1997] Banday, A. J., Gorski, K. M., Bennett, C. L., Hinshaw, G., Kogut, A., Line-weaver, C., Smoot, G. F., Tenorio, L., 1997
„*Root Mean Square Anisotropy in the COBE DMR Four-Year Sky Maps*“
(ApJ **475**, 393, 1998)
- [Bartelmann & Steinmetz 1996] Bartelmann, M., Steinmetz, M., 1996:
„*A comparison of X-ray and strong lensing properties of simulated X-ray clu-sters*“
(MNRAS, **283**, 431-446, 1996)
- [Balsara 1995] Balsara, D. S., 1995:
„*von Neumann Stability Analysis of Smoothed Particle Hydrodynamics - Sug-gestions for Optimal Algorithms*“
(J. Comput. Phys. **121**, 357)
- [Bird et al. 1995] Bird, C. M., Mushotzky, R. F., Metzler, C. A., 1995:
„*The Velocity Dispersion-Temperature Correlation from a Limited Cluster Sample*“
(ApJ, **453**, 40, 1991)
- [Birk et al. 1998] Birk, G.T., Wiechen, H., Otto, A., 1998:
„*Magnetic Field Amplification in M82 Winds Caused by Kelvin-Helmholtz Mo-des*“
(ApJ, **518**, 177, 1999)
- [Biskamp 1993] Biskamp, D., 1993:
„*Nonlinear Magnetohydrodynamics*“
(Cambridge University Press 1993, ISBN 0 521 40206 9)
- [Böhringer 1995] Böhringer, H., 1995:
„*Hot, X-ray Emitting Plasma, Radio Halos, and Magnetic Fields in Clusters of Galaxies*“
(Reviews in Modern Astrophysics, Vol. **8**, 1995)

- [Brio & Wu 1988] Brio, M., Wu, C. C., 1988:
„An Upwind Differencing Scheme for the Equations of ideal Magnetohydrodynamics“
 (J. Comput. Phys., **75**, 400-422, 1988)
- [Carroll et al. 1992] Carroll, S.M., Press, W.H., Turner, E.L., 1992:
„The cosmological constant“
 (ARA&A, **30**, 499)
- [Cavaliere & Fusco-Femiano 1976] Cavaliere A., Fusco-Femiano R., 1976:
„X-rays from hot plasma in clusters of galaxies“
 (A&A, **49**, 137, 1976)
- [Cen & Ostriker 1992] Cen, R., Ostriker, J., 1992:
„A Hydrodynamic treatment of the cold dark matter cosmological scenario“
 (ApJ, **393**, 22-41, 1997)
- [Colafrancesco 1999] S. Colafrancesco, 1999:
„Cosmic Rays and Non-Thermal Emission in Galaxy Clusters“
 (Proc. of the Ringberg workshop on “Diffuse Thermal and Relativistic Plasma in Galaxy Clusters“, April 1999, H. Boehringer, L. Feretti, P. Schuecker (eds.))
- [Deiss et al. 1997] Deiss, B.M., Reich, W., Lesch, H., Wieblebinski, R., 1997:
„The large-scale structure of the diffuse radio halo of the Coma cluster at 1.4 GHz“
 (A&A, **321**, 55-63, 1997)
- [Dolag et al. 1999] Dolag, K., Bartelmann, M., Lesch, H., 1999:
„SPH simulations of magnetic fields in galaxy clusters“
 (A&A, **348**, 351, 1999)
- [Doroshkevich 1970] Doroshkevich, A.G., 1970:
„Spatial structure of perturbations and origin of galactic rotation in fluctuation theory“
 (Astrofizika, **6**, 581, 1970)
- [Edge & Stewart] Edge, A. C., Stewart, G. C., 1991:
„EXOSAT Observations of Clusters of Galaxies - Part Two - X-Ray to Optical Correlations“
 (MNRAS, **252**, 428, 1991)
- [Eke et al. 1998] Eke, V.R., Navarro, J.F., Frenk, C.S. 1998:
„The Evolution of X-ray Clusters in a Low-Density Universe“
 (ApJ, **503**, 569, 1998)
- [Eilek & Henriksen 1984] Eilek, J.A., Henriksen, R.N., 1984:
„The electron energy spectrum produced in radio sources by turbulent, resonant acceleration“
 (ApJ, **277**, 820-831, 1984)
- [Eke et al. 1996] Eke, V.R., Cole, S., Frenk, C.S., 1996:
„Cluster evolution as a diagnostic for Omega“
 (MNRAS, **282**, 263, 1996)

- [Ensslin & Biermann 1998] Ensslin, T.A., Biermann, P.L., 1998:
„Limits on Magnetic Fields and Relativistic Electrons in the Coma Cluster from Multifrequency Observations“
 (A&A, **330**, 90, 1998)
- [Ensslin et al. 1998] Ensslin, T.A., Biermann, P.L., Klein, U., Kohle, S., 1998:
„Cluster radio relics as a tracer of shock waves of the large-scale structure formation“
 (A&A, **332**, 395-409, 1998)
- [Etherington 1933] Etherington, I.M.H., 1933:
„On the definition of distance in general relativity“
 (Phil. Mag., **15**, 761)
- [Ferretti 1999] Ferretti, L., 1999:
„Observational Results on Cluster Diffuse Emission“
 (Proc. of the Ringberg workshop on “Diffuse Thermal and Relativistic Plasma in Galaxy Clusters“, April 1999, H. Boehringer, L. Feretti, P. Schuecker (eds.))
- [Ferretti et al. 1999] Ferretti, L., Dallacasa, D., Govoni, F., Giovannini, G., Taylor, G. B., Klein, U., 1999:
„The radio galaxies and the magnetic field in Abell 119“
 (A&A, **344**, 472-482, 1999)
- [Gingold & Monaghan 1977] Gingold, R. A., Monaghan, J. J., 1977:
„Smoothed particle hydrodynamics - Theory and application to non-spherical stars“
 (MNRAS, **181**, 375, 1977)
- [Giovannini et al. 1999] Giovannini, G.; Tordi, M.; Ferretti, L., 1999:
„Radio halo and relic candidates from the NRAO VLA Sky Survey“
 (New Astronomy, Vol. **4**, no. 2, p. 141-155, 1999)
- [Girardi et al. 1996] Girardi, M., Fadda, D., Giuricin, G., Mardirossian, F., Mezzetti, M., Biviano, A., 1996:
„Velocity Dispersions and X-Ray Temperatures of Galaxy Clusters“
 (ApJ, **457**, 61, 1995)
- [Haardt & Madau 1996] Haardt, F., Madau, P., 1996:
„Radiative Transfer in a Clumpy Universe. II. The Ultraviolet Extragalactic Background“
 (ApJ, **461**, 20, 1996)
- [Kim et al. 1990] Kim, K.T., Kronberg, P.P., Dewdney, P.E., Landecker, T.L., 1990:
„The halo and magnetic field of the Coma cluster of galaxies“
 (ApJ, **355**, 29, 1990)
- [Kim et al. 1991] Kim, K.T., Kronberg, P.P., Tribble, P.C., 1991:
„Detection of excess rotation measure due to intrcluster magnetic fields in clusters of galaxies“
 (ApJ, **379**, 80, 1991)

- [Kronberg et al. 1999] Kronberg, P., Lesch, H., Hopp, U., 1999:
„Magnetization of the Intergalactic Medium by Primeval Galaxies“
 (ApJ, **511**, 56, 1999)
- [Livio et al. 1980] Livio, M., Regev, O., Shaviv, G., 1980:
„Kelvin-Helmholtz instability in clusters of galaxies“
 (ApJ, **240**, L83, 1980)
- [Lubin & Bahcall] Lubin, L. M., Bahcall, N. A., 1993:
„The relation between velocity dispersion and temperature in clusters - Limiting the velocity bias“
 (ApJ, **415**, 17, 1993)
- [Lucy 1977] Lucy, L., 1977:
„A numerical approach to the testing of the fission hypothesis“
 (AJ, **82**, 1013, 1977)
- [Monaghan & Gingold 1983] Monaghan, J.J., Gingold, R.A., 1983:
„Shock Simulation by the Particle Method SPH“
 (J. Comput. Phys., **52**, 374-389, 1983)
- [Monaghan 1985] Monaghan, J.J., 1985:
„Extrapolating B Splines for Interpolation“
 (J. Comput. Phys., **60**, 253-262, 1985)
- [Monaghan 1992] Monaghan, J.J., 1992:
„Smoothed particle hydrodynamic“
 (Annu. Rev. Astron. Astrophys., Vol. **30**, 543-74, 1992)
- [Pacholczyk 1970] Pacholczyk, A.G., 1970:
„Radio Astrophysics“
 (San Francisco: W.H. Freeman and Company, ISBN 0-7167-0329-7)
- [Padmanabhan 1993] Padmanabhan, T., 1993:
„Structure formation in the universe“
 (Cambridge: University Press)
- [Ponman et al. 1998] Ponman, T. J., Bournier, P. D. J., Ebeling, H., Böhringer, H., 1996:
„A ROSAT survey of Hickson's compact galaxy groups.“
 (MNRAS, **283**, 690, 1996)
- [Rybicki & Lightman 1979] Rybicki, G.B., Lightman, A.P., 1979:
„Radiative processes in astrophysics“
 (New York: John Wiley & Sons, ISBN 0-471-04815-1)
- [Sarazin 1986] Sarazin, C.L., 1986:
„X-ray emission from clusters of galaxies“
 (Reviews of Modern Physics, Vol. **58**, No. 1, January 1986)
- [Schindler et al. 1999] Schindler, S., Binggeli, B., Böhringer, H., 1999:
„Morphology of the Virgo cluster: Gas versus galaxies“
 (A&A, **343**, 420-438, 1999)

- [Shu 1992] Shu, F.H., 1992:
„*Gas Dynamics*“
(University Science Books, ISBN 0-935702-65-2)
- [Smith et al. 1979] Smith, B. W., Mushotzky, R. F., Serlemitsos, P. J., 1979:
„*OSO 8 X-ray spectra of clusters of galaxies. II - Discussion*“
(ApJ, **227**, 37, 1979)
- [Sod 1978] Sod, G. A., 1978:
„*A Survey of Several Finite Difference Methodes for Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws*“
(J. Comput. Phys., **27**, 1-30, 1978)
- [Steinmetz 1996] Steinmetz, M., 1996:
„*GRAPESPH: cosmological smoothed particle hydrodynamics simulations with the special-purpose hardware GRAPE*“
(MNRAS, **278**, 1005, 1996)
- [Steinmetz & Müller 1993] Steinmetz, M., Müller, E., 1993:
„*On the capabilities and limits of smoothed particle hydrodynamics*“
(A&A, **268**, 391-410, 1993)
- [Steinmetz & White 1997] Steinmetz, M., White, S.D.M., 1997:
„*Two-body heating in numerical galaxy formation experiments*“
(MNRAS, **288**, 545S, 1997)
- [Sellingwerf & Peterkin 1990] Sellingwerf, R. F., Peterkin R. E., 1990:
„*Smooth Particle Magnetohydrodynamics*“
(Technical Report, Mission Research Corporation, March 1990, MRC/ABQ-R-1248, Albuquerque, NM.)
- [Sugimoto et al. 1990] Sugimoto, D., Chikada, Y., Makino, J., Ito, T., Ebisuzaki, T., Umemura, M., 1990:
„*A Special-Purpose Computer for Gravitational Many-Body Problems*“
(Nat. **345**, 33, 1990)
- [Viana & Liddle 1996] Viana, P.T.P., Liddle, A.R., 1996:
„*The cluster abundance in flat and open cosmologies*“
(MNRAS, **281**, 323, 1996)
- [Weinberg et al. 1997] Weinberg, D. H., Hernquist, L. , Katz, N. 1997:
„*Photoionisation, numerical resolution and galaxy formation*“
(ApJ. **477**, 8-20, 1997)
- [White et al. 1993] White, S. D. M., Efstathiou, G., Frenk, C. S., 1993
„*The amplitude of mass fluctuations in the universe*“
(MNRAS, **262**, 1023, 1993)
- [White et al. 1997] White, D. A., Jones, C., Forman, W., 1997:
„*An investigation of cooling flows and general cluster properties from an X-ray image deprojection analysis of 207 clusters of galaxies*“
(MNRAS, **292**, 419, 1997)

[Wu & Fang 1997]

Wu, X., Fang, L., 1997:

„*A Statistical Comparison of Cluster Mass Estimates from Optical/X-Ray Observations and Gravitational Lensing*“

(ApJ, **483**, 62, 1997)

[Wu et al. 1998]

Wu, X., Fang, L., Xu, W., 1998:

„*Updating the sigma - T relationship for galaxy clusters*“

(A&A, **338**, 813, 1998)

Danksagung

Als erstes möchte ich mich bei Dr. habil. Matthias Bartelmann für die Idee zu dieser Arbeit bedanken. Seine stetige Bereitschaft für Diskussionen und zur Beantwortung meiner Fragen haben wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Auch möchte ich mich für seine Geduld und seinen Verständnis bei der Verbesserung meiner unzähligen Komma- und Tippfehler bedanken. Danken möchte ich auch Prof. Dr. Harald Lesch für sein reges Interesse an meiner Arbeit, den zahlreichen Diskussionen und der Begeisterung für meine Abbildungen, auf denen wohl manchmal etwas zu viel gleichzeitig dargestellt war.

Weiter möchte ich mich bei Dr. Matthias Steinmetz bedanken. Er hat mir **GrapeSPH** bereitwillig zur Verfügung gestellt. Dadurch und durch die damit verbundene Beantwortung all meiner Fragen zu diesem Programm gab er mir ein solides Fundament für meine Arbeit an die Hand. Auch möchte ich mich bei ihm und Dr. Julio F. Navarro dafür bedanken, mir die kosmologischen Anfangsbedingungen, die ich in meinen Simulationen verwenden konnte, zur Verfügung zu stellen.

Danken möchte ich dem MPA dafür, dass es mir alle nötigen Ressourcen für meine Arbeit zur Verfügung gestellt hat und dass es mir die Möglichkeit gab, mein Wissen auf Konferenzen und Tagungen zu erweitern. Ein weiterer Dank geht an die EDV-Abteilung, die emsig für das reibungslose Funktionieren aller Computer sorgte.

Mein besonderer Dank gilt all denjenigen am MPA, die mitgeholfen haben, das Leben am MPA auch außerhalb der Wissenschaft interessant und spannend zu gestalten.

Herzlich möchte ich mich bei meiner Frau Gabriela und meiner Tochter Isabella für ihr aufgebrachtes Verständnis - besonders während der Zeit des Zusammenschreibens - bedanken.

Lebenslauf

Klaus Dolag

Persönliche Daten

Geburtsdaten	7. Januar 1970, in Bühl bei Baden-Baden
Staatsangehörigkeit	deutsch
Familienstatus	verheiratet, ein Kind

Ausbildung

- 4 Jahre Grundschule in München (1976-1980)
- 3 Jahre Gymnasium in München (1980-1983)
- 4 Jahre Realschule in München (1983-1987) mit Abschluss Mittlerer Reife
- 2 Jahre Technische Fachoberschule in München (1987-1989) mit Abschluss Fachabitur
- 2 Semester Fachhochschule München (1989-1990) mit Vordiplom im Studiengang: Technische Physik
- Technische Universität München (1990-1997) Studiengang: Allgemeine Physik
Titel der Diplomarbeit: *Korrelationsfunktion von Galaxien und Quasaren in beliebigen Friedmann-Lemaître Kosmologien*